

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
17		Емельянова	Егор
		Шифр	01337

$$\begin{array}{r|rrrrr} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & \Sigma \\ \hline 1 & 7 & 4 & -5 & 17 \end{array}$$

$$1) (4-a-b)^2 + (2+b-2)^2 + (9+c-a)^2$$

алгебраическое выражение наименьшего

значения «1» тогда и тогда

$$9+c-a \geq 0$$

$$c \geq a-9; \text{ подставим } (4+b-b)^2 + (2+b-a+9)^2 + (9+a-b)^2 + (11+b+a)^2$$

$$\text{предположим: } 11+b-a \geq 0$$

$$b \geq a-11$$

Ответ: 324

$$2) P(x) = x^6 + x^5 - 4x^4 - x^2 - x + 506$$

$$Q(x) = x^4 + x^3 - 4x^2 + 1$$

$$x^4 + x^3 - 4x^2 + 1 \geq 0 \text{ — это ур. не имеет корней } x_1, x_2, x_3, x_4$$

$$P(x) = x^2(x^4 + x^3 - 4x^2 + 1) - x + 506$$

$$P(x) = x^2 \cdot Q(x) - x + 506, Q(x) \geq 0, \text{ тогда } P(x) = -x + 506$$

$$P(x_1) = -x_1 + 506$$

$$P(x_2) = -x_2 + 506$$

$$P(x_3) = -x_3 + 506$$

$$P(x_1) + P(x_2) + P(x_3) + P(x_4) = -x_1 - x_2 - x_3 - x_4 + 506 \geq 1 - (x_1 + x_2 + x_3 + x_4) + 506 \geq 507$$

$$P(x_1) + P(x_2) + P(x_3) + P(x_4) = 2025$$

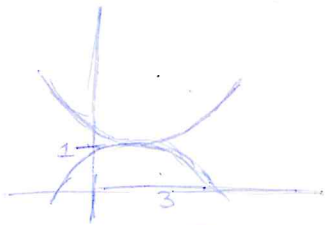
$$3) x^2 - 6 - \sqrt{x^2 + 1} + 11 = \cos \frac{x^2 + \sqrt{x^2 + 1} - 4}{18} \geq 0$$

$$x^2 - 6 - \sqrt{x^2 + 1} + 11 = \cos \frac{x^2 + \sqrt{x^2 + 1} - 4}{18}$$

Рассмотрим левую часть уравнения

$f(x) = x^2 - 6\sqrt{x^2+1} + 11$ - наименьшее значение равно 1.

Правая часть $\cos \frac{x^2 + \sqrt{2}x - 4}{18} \leq 1$; ее наименьшее значение равно -1, наибольшее значение это -1; 1, тогда если уравнение имеет решение, тогда правая и левая части должны равняться единице.



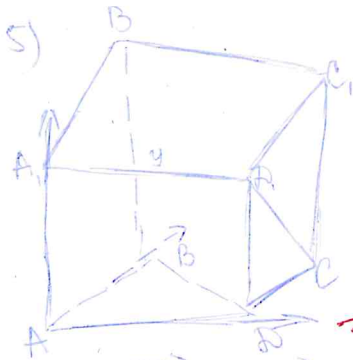
$$\begin{aligned}\sqrt{x^2+1} &= 3 \\ x^2+1 &= 9 \\ x^2 &= 8 \\ x &= \pm \sqrt{8}\end{aligned}$$

$$x = \sqrt{2} \\ \cos \frac{2+2-4}{18} = \cos 0 = 1.$$

$$x = -\sqrt{2} \\ \cos \frac{2-2-4}{18} = 1.$$

проверка?

Ответ: $x = \pm \sqrt{2}$? в уравнение он не подходит...



Пусть $\vec{n}_1 \perp \Delta$, $\vec{n}_2 \perp B \Leftrightarrow$

$$\cos(\Delta, B) = |\cos(\vec{n}_1, \vec{n}_2)|$$

В качестве $\vec{n}_1$ выберем координаты (p, q, r) т.к. $CD \perp B$.

то $\vec{n}_2 \perp CD$

$$CD = D_1 - C = (1, 0, 1) - (1, 1, 0) = (0, -1, 1).$$

где какой ось? не обязательно

$$\vec{n}_2 \perp CD \Rightarrow \vec{n}_2 \cdot CD = 0 \Rightarrow -q + r = 0, r = q$$

т.е. $\vec{n}_2$ имеет вид (p, q, q)

Пусть $(\vec{n}_1, \vec{n}_2) = \varphi$

$$\cos \varphi = \frac{\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2}{|\vec{n}_1| |\vec{n}_2|} = \frac{p+q}{\sqrt{2} \sqrt{p^2+q^2}}$$

Б.О.О. можно считать, что $q = 1$.

Требуется найти $\min |\cos \varphi| = \min \frac{|p+1|}{\sqrt{2} \sqrt{p^2+2}}$ $a > 0$

т.е. требуется найти наименьшее $a, a > 0$ при котором уравнение $\frac{|p+1|}{\sqrt{2} \sqrt{p^2+2}} \geq a$ имеет решение p почему?

$$(p+1)^2 = 2a^2(p^2+2)$$

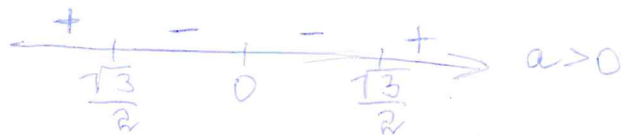
$$2a^2 p^2 + 4a^2 = p^2 + 2p + 1$$

$$p^2(2a^2-1) - 2p + 4a^2 - 1 = 0$$

$$\frac{D}{4} = 1 - (2a^2-1)(4a^2-1)$$

$$8a^4 - 6a^2 + 1 - 1 = 0$$

$$2a^2(4a^2-3) \geq 0$$



$$\min |\cos \varphi| = a \min = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\varphi = \frac{\pi}{6}$$