

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

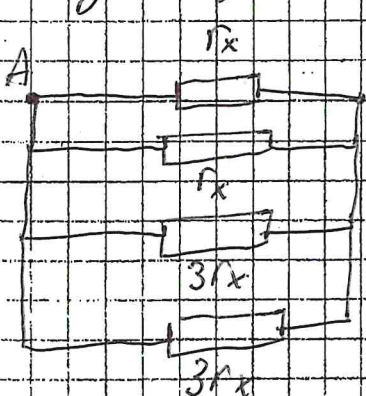
Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
625		Червильская А.С.	Фер

Задача 4: Дано: $x = \frac{l}{h} \cdot 2\pi r$

Решение: Сопротивление одного кольца:

$$R = \frac{2\pi r \cdot \rho}{S}$$

т.к. кольца одинаковые, то можно упростить из схемы следующим образом:



$$r_x = \frac{l}{h} \cdot \frac{2\pi r \cdot \rho}{S} = \frac{1}{2} \frac{\pi r \rho}{S}$$

$$\frac{1}{R_{AB}} = \frac{1}{r_x} + \frac{3}{3r_x} = \frac{4}{3r_x}$$

$$R_{AB} = \frac{3r_x}{4} = \frac{3}{4} \frac{2\pi r \rho}{S} = \frac{3\pi r \rho}{16S}$$

$$\frac{R_{AB}}{R} = \frac{\frac{3\pi r \rho}{16S}}{\frac{2\pi r \rho}{S}} = \frac{3}{8}$$

$$\frac{R}{R_{AB}} = \frac{2\pi r \rho}{S} \cdot \frac{16S}{3\pi r \rho} = \frac{32}{3} \approx 10,67 \text{ раз меньше.}$$

Ответ: $\frac{32}{3}$ раза меньше.

Задача 3: Дано: $m_1 = 3 \text{ кг}$ $t_1 = 10^\circ \text{C}$ $m_2 = 4 \text{ кг}$ $t_2 = 90^\circ \text{C}$ $m_3 = 1 \text{ кг}$ $c_1 = 4200 \text{ Дж/(кг}\cdot^\circ\text{C)}$ $c_2 = 900 \text{ Дж/(кг}\cdot^\circ\text{C)}$

Решение: Рассмотрим как изменится температура во всех телах за 1 цикл:

$$c_1 m_1 \Delta T + c_2 m_2 \Delta T = 0$$

$$c_1 m_1 (t_k - t_1) + c_2 m_2 (t_k - t_2) = 0$$

$$t_k = \frac{c_1 m_1 t_1 + c_2 m_2 t_2}{c_1 m_1 + c_2 m_2} \approx 15,3^\circ \text{C}$$

$$c_1 m_1 + c_2 m_2$$

Задача 3 (продолжение):

$$t_{к2} = \frac{c_{вм2} \cdot t_2 + c_{га} \cdot t_{к1}}{c_{вм2} + c_{га}} \approx 86,2^{\circ}\text{C}$$

За следующий цикл: $t_{к1}' \approx 20,02^{\circ}\text{C}$
 $t_{к2}' \approx 82,83^{\circ}\text{C}$

За третий: $t_{к1}'' \approx 24,20^{\circ}\text{C}$ За 4-ый: $t_{к1}''' \approx 27,9^{\circ}\text{C}$
 $t_{к2}'' \approx 79,85^{\circ}\text{C}$ $t_{к2}''' \approx 77,2^{\circ}\text{C}$

За 5-ый: $t_{к1} \approx 31,19^{\circ}\text{C}$ За 6-ый: $t_{к1} \approx 34,1^{\circ}\text{C}$
 $t_{к2} \approx 74,86^{\circ}\text{C}$ $t_{к2} \approx 72,79^{\circ}\text{C}$

За 7-ый: $t_{к1} \approx 36,68^{\circ}\text{C}$ За 8-ый: $t_{к1} \approx 38,96^{\circ}\text{C}$
 $t_{к2} \approx 70,95^{\circ}\text{C}$ $t_{к2} \approx 69,32^{\circ}\text{C}$

За 9-ый: $t_{к1} \approx 40,98^{\circ}\text{C}$ За 10-ый: $t_{к1} \approx 42,77^{\circ}\text{C}$
 $t_{к2} \approx 67,88^{\circ}\text{C}$ $t_{к2} \approx 66,6^{\circ}\text{C}$

За 11-ый: $t_{к1} \approx 44,36^{\circ}\text{C}$ За 12-ый: $t_{к1} \approx 45,77^{\circ}\text{C}$
 $t_{к2} \approx 65,47^{\circ}\text{C}$ $t_{к2} \approx 64,47^{\circ}\text{C}$

За 13-ый: $t_{к1} \approx 47,01^{\circ}\text{C}$ За 14-ый: $t_{к1} \approx 48,11^{\circ}\text{C}$
 $t_{к2} \approx 63,58^{\circ}\text{C}$ $t_{к2} \approx 62,79^{\circ}\text{C}$

За 15-ый: $t_{к1} \approx 49,08^{\circ}\text{C}$ За 16-ый: $t_{к1} \approx 49,95^{\circ}\text{C}$
 $t_{к2} \approx 62,09^{\circ}\text{C}$ $t_{к2} \approx 61,47^{\circ}\text{C}$

За 17-ый: $t_{к1} \approx 50,728^{\circ}\text{C}$ За 18-ый: $t_{к1} \approx 51,30^{\circ}\text{C}$
 $t_{к2} \approx 60,92^{\circ}\text{C}$ $t_{к2} \approx 60,435^{\circ}\text{C}$

За 19-ый: $t_{к1} \approx 51,365^{\circ}\text{C}$ За 20-ый: $t_{к1} \approx 51,94^{\circ}\text{C}$
 $t_{к2} \approx 59,97^{\circ}\text{C}$ $t_{к2} \approx 59,56^{\circ}\text{C}$

За 21-ый: $t_{к1} \approx 52,448^{\circ}\text{C}$ За 22-ый: $t_{к1} \approx 52,928^{\circ}\text{C}$
 $t_{к2} \approx 59,20^{\circ}\text{C}$ $t_{к2} \approx 58,88^{\circ}\text{C}$

За 23-ый: $t_{к1} \approx 53,325^{\circ}\text{C}$ За 24-ый: $t_{к1} \approx 53,676^{\circ}\text{C}$
 $t_{к2} \approx 58,592^{\circ}\text{C}$ $t_{к2} \approx 58,346^{\circ}\text{C}$

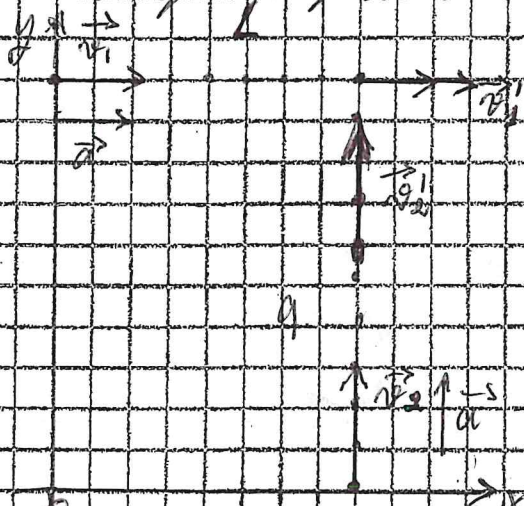
$\Delta t = t_{к1} - t_{к2} = 4,67^{\circ}\text{C} < 5^{\circ}\text{C}$

Эмбем: За 24 цикла

185

Задача 2: Дано: $v_1 = 8$ км/с
 $v_2 = 10$ км/с
 $L = 8$ км
 $q = 10$ км

Решение: Рассмотрим ситуацию, где первая корабль пересекает, тогда пересекется вторая траектория и вторая корабль поодит на одной траектории



Найти момент времени t , где 1 корабль, пересекает эту траекторию

$$s = v_1 t + \frac{at^2}{2}$$

$$s = v_1^2 t + 16a \quad t = \frac{s - v_1 \sqrt{v_1^2 + 16a}}{a}$$

Здесь $y_1 = 10$ км
 $y_2 \neq 10$

Найдем y_2

$$L^2 = \frac{v_1^2 - 2v_1 \sqrt{v_1^2 + 16a} + 16a}{a^2}$$

Рассмотрим n -мощи 10 км/с n -мощи 8 км/с, тогда:

$$y_1 - y_2 \geq 1 \quad -y_2 \geq -9$$

$$v_2 \cdot \left(\frac{-v_1 + \sqrt{v_1^2 + 16a}}{a} \right) + \frac{a}{2} \cdot \left(\frac{v_1^2 - 2v_1 \sqrt{v_1^2 + 16a} + 16a}{a^2} \right) \leq 9$$

$$10 \leq \frac{7a - 48}{26}$$

$$\frac{v_1^2 + 16a}{a} = \frac{49a^2 + 48 \cdot 14 \cdot a + 48^2}{26}$$

$$\frac{7a + 48}{26} \leq 0$$

$$49a^2 + 656a + 2740 \geq 0$$

$$a \leq \frac{-656}{7}$$

$$D = 656^2 - 4 \cdot 2740 \cdot 49 = 8704$$

\Rightarrow не выполняется не может быть отрицательным

Рассмотрим ситуацию, где они на одной траектории:

$$10 = v_2 t + \frac{at^2}{2} \quad v_1 = -v_2 + \sqrt{v_2^2 + 2v_2 \sqrt{v_2^2 + 16a}}$$

$$\text{Здесь } v_2 = 8 \quad v_1 = 8 \quad s = v_2^2 t + 40a$$

Задача 2 (условия задачи):

~~$x_2 - x_1 \geq 1$~~

~~$x_1 = v_1 \cdot x' + \frac{a \cdot v_1^2}{2} = v_1 \cdot (v_2 + \sqrt{D}) + \frac{a}{2} \left(v_1^2 - 2v_1 \sqrt{D} + D \right)$~~

~~$8 = v_1 \cdot \left(\frac{-v_2 + \sqrt{D}}{a} \right) + \frac{a}{2} \left(\frac{v_1^2 - 2v_1 \sqrt{D} + D}{a^2} \right) \geq 1 \quad | \cdot 2a$~~

~~$19a + 2v_1 \cdot 2v_2 + 2v_1^2 + 4v_1 a \geq 2v_1 D + 2v_1 \sqrt{D}$~~

~~$\sqrt{D} \leq \frac{24a + 80 + 100}{18}$~~

~~$\begin{cases} 24a + 180 > 0 \\ v_2^2 + 40a \leq 576a^2 + 8640a + 32400 \end{cases}$~~

~~$\begin{cases} a \geq 7.5 \\ 32400 + 12960a = 576a^2 + 8640a + 32400 \end{cases}$~~

~~$\begin{cases} a \geq 7.5 \\ a(576a - 1320) \geq 0 \end{cases} \Rightarrow a = 7.5 \text{ мульт/сек}$~~

~~$I) v_2 \cdot \left(\frac{-v_1 + \sqrt{D}}{a} \right) + \frac{a}{2} \left(\frac{v_2^2 - 2v_2 \sqrt{D} + D}{a^2} \right) \leq 9 \quad | \cdot 2a$~~

~~$-2v_2 v_1 + 2v_2 \sqrt{D} + v_2^2 - 2v_2 \sqrt{D} + D \leq 18a$~~

~~$-2 \cdot 80 + 2v_2 \sqrt{D} + 64 - 2v_2 \sqrt{D} + 80 \leq 18a$~~

~~$\frac{\sqrt{D}}{4} (2v_2 - 2v_1) \leq -14a + 32 - 96$~~

~~$\begin{cases} a \geq \frac{96}{14} \\ \sqrt{D} \leq \frac{-14a - 96}{4} \end{cases} \Rightarrow \sqrt{D} \leq \frac{20 + 32}{4}$~~

~~$\begin{cases} 296a^2 + 2672a + 7192 \geq 0 \\ D = 217056 \quad \sqrt{D} \approx 846,791 \end{cases}$~~

~~$\begin{cases} a \geq 16 \\ a(4a - 129) \geq 0 \end{cases} \Rightarrow 16 \leq a \leq 32 \text{ мульт/сек}$~~



Задача 2 (продолжение).
 II) Рассмотрим случай, где один из корней отрицателен:

$$x_0 = v_2 \cdot x' + a x'^2 \quad x' = \frac{-v_2 + \sqrt{D}}{a} \quad x^2 = v_2^2 - 2v_2 \sqrt{D} + D$$

Здесь $v_2 < 0$ $x_1 = \frac{v_2}{a}$

$$D = v_2^2 + 40a$$

$$x_1 - x_2 \geq 1$$

$$x_1 \geq 11$$

$$x_1 = v_2 \left(\frac{-v_2 + \sqrt{D}}{a} \right) + a \left(\frac{v_2^2 - 2v_2 \sqrt{D} + D}{a^2} \right)$$

$$v_2 \left(\frac{-v_2 + \sqrt{D}}{a} \right) + \frac{a}{2} \left(\frac{v_2^2 - 2v_2 \sqrt{D} + v_2^2 + 40a}{a^2} \right) \geq 11 \cdot 2a$$

$$-2v_2 \sqrt{D} + 2v_2 \sqrt{D} + \frac{2v_2^2}{2} + \frac{20a}{2} \geq 22a$$

$$\sqrt{D} \geq 2v_2 - 2v_2 \geq -18a - 40$$

$$\sqrt{D} \geq \frac{18a + 40}{4}$$

$$\begin{cases} D \geq \left(\frac{18a + 40}{4} \right)^2 \\ 18a + 40 < 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} v_2^2 + 40a \geq \frac{324a^2 + 1440a + 1600}{16} \\ a \leq -\frac{40}{18} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 324a^2 + 800 \leq 0 \\ a \leq -\frac{40}{18} \end{cases}$$

$$\begin{cases} a(324a + 800) \leq 0 \\ a \leq -\frac{40}{18} \end{cases}$$

$$-\frac{800}{324} \leq a \leq -\frac{40}{18}$$

$$-2,47 \leq a \leq -2,2 \text{ Минус в рас}^2$$

11/10



Задача 1: Дано $\Gamma_1 = \frac{A'D'}{A'D} = 2,5$ $\Gamma_2 = \frac{B'C'}{BC} = 6$

AD и $BC \perp$ опорные оси;

Решение: 1) Построим изображение:

$S_{ABCO} = AB \cdot AO$

$S_{A'B'C'O'} = \frac{S_{A'D} \cdot D'C'}{2}$

Найдем отношение $DC: D'C'$

~~$\frac{l}{F} = \frac{l}{dc} + \frac{l}{fc}$~~

~~$S_C = \frac{dc \cdot F}{dc \cdot F}$~~

~~$F_D = \frac{dc \cdot F}{dc \cdot F}$~~

~~$D'C' = fc = F_D$~~

$\Delta ADO \sim \Delta A'D'O$
 $\Rightarrow \frac{O'D'}{AO} = \frac{A'O'}{AO} = 2,5$

~~$O'D' = \frac{2}{5} O'D$~~

~~$O'D' = 2,5 O'D$~~

Аналогично

$O'C' = \frac{1}{6} 6 \cdot OC$

~~$D'C' = 6 \cdot OC - 2,5 \cdot OD$~~

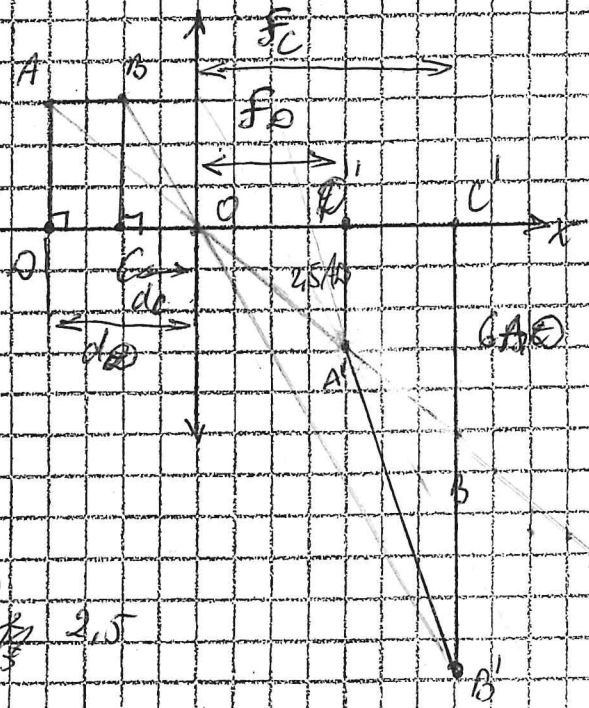
$DC = OC - OD$

$S_{A'B'C'O'} = \frac{S_{A'D} \cdot (6 \cdot OC - 2,5 \cdot OD)}{2}$

S_{ABCO}

$2 \cdot AO \cdot (OC - OD)$

~~$= \frac{4,25 (6 \cdot OC - 2,5 \cdot OD)}{OC - OD}$~~



105