

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
15		Корженевская	Ке
Шифр			053002

№1) $x^2 + y^2 = \frac{10}{3}xy$ $\cdot 3$

$$3x^2 + 3y^2 = 10xy$$

$$3x^2 + 3y^2 - 10xy = 0 \quad / : x^2$$

$$3 + \frac{3y^2}{x^2} - \frac{10y}{x} = 0$$

Замена: $d = \frac{y}{x}$

$$3 + 3d^2 - 10d = 0$$

$$3d^2 - 10d + 3 = 0$$

$$D = b^2 - 4ac = 100 - 36 = 64$$

$$d_1 = \frac{10+8}{6} = \frac{3}{1} = 3$$

$$d_2 = \frac{10-8}{6} = \frac{1}{3}$$

Обратная Замена

$$\begin{cases} d = \frac{y}{x} \\ x > y \end{cases}$$

$$\begin{cases} d = \frac{y}{x} = \frac{3}{1} \\ x > y - \text{условие не выполняется (п.к.)} \end{cases}$$

$$\begin{cases} d = \frac{y}{x} = \frac{1}{3} \\ x > y - \text{условие выполняется} \Rightarrow \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{x+y}{x-y} = \frac{3+1}{3-1} = \frac{4}{2} = 2$$

Ответ: 2

1	2	3	4	5	Σ
7	0	6	2	0	15

№2) $a \geq 1$ $b \geq 2$ $c \geq 3$

$$a^2 + b^2 + c^2 \geq 14$$

Доказать: $a+b+c \geq 7$

Представим значения

$$\left. \begin{aligned} 1) a &= 1 \\ b &= 2 \\ c &= 3 \end{aligned} \right\}$$

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись

Шифр

$$a+b+c=7$$

$$\sqrt{1} + \sqrt{2} + \sqrt{4} = 1+2+4=7$$

$$7=7 \text{ (верно)}$$

$$2) a=12$$

$$b=\frac{16}{8}$$

$$c=\sqrt{16}$$

$$12 + \frac{16}{8} + \sqrt{16} = 1+2+4=7$$

$$7=7 \text{ (верно)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a+b+c \geq 7 \quad \text{с.т.г.}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{\sqrt{3}} \quad a_n &= 1 + \frac{2}{n} - \frac{2}{n^3} - \frac{1}{n^4} \\ 1 + \frac{2}{n} - \frac{2}{n^3} - \frac{1}{n^4} &= \frac{n^4 + 2n^3 - 2n - 1}{n^4} = \frac{(n+1)^3(n-1)}{n^4} \end{aligned}$$

$$a_2 = \frac{(2+1)^3(2-1)}{2^4} = \frac{3^3 \cdot 1}{2^4}$$

$$a_3 = \frac{(3+1)^3(3-1)}{3^4} = \frac{4^3 \cdot 2}{3^4}$$

$$a_4 = \frac{(4+1)^3(4-1)}{4^4} = \frac{5^3 \cdot 3}{4^4}$$

$$a_{97} = \frac{(97+1)^3(97-1)}{97^4} = \frac{98^3 \cdot 96}{97^4}$$

$$a_{98} = \frac{(98+1)^3(98-1)}{98^4} = \frac{99^3 \cdot 97}{98^4}$$

$$a_{99} = \frac{100^3 \cdot 98}{99^4}$$

$$a_2 \cdot a_3 \cdot a_4 \cdot \dots \cdot a_{99}$$

предел - 2 1000?

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
Шифр			

$$\frac{33}{2^3} \cdot \frac{X^3 \cdot 2}{X^4} \cdot \frac{X^3 \cdot 3}{X^4} \dots \frac{98^3 \cdot 96}{98^4} \cdot \frac{99^3 \cdot 97}{99^4} \cdot \frac{100^3 \cdot 98}{99^4} = \frac{100^3 \cdot 50}{99 \cdot 2^3} =$$

$$= \frac{50^3}{99} = \frac{125000}{99}$$

Ответ: $\frac{125000}{99}$

(N4) $X_1 + X_2 = -b = -p$

$X_1 \cdot X_2 = -\frac{1}{2p^2}$ (теорема Виета)

$$X_1^2 + X_2^2 = (X_1 + X_2)^2 - 2X_1 X_2 = (-p)^2 - 2 \cdot \left(-\frac{1}{2p^2}\right) = p^2 + \frac{1}{p^2}$$

$$X_1^4 + X_2^4 = (X_1^2 + X_2^2)^2 - 2X_1^2 X_2^2 = \left(p^2 + \frac{1}{p^2}\right)^2 - 2p^2 \cdot \frac{1}{p^2} = p^4 + \frac{1}{p^4} - \frac{1}{2p^4} + 2 \cdot p^2 \cdot \frac{1}{p^2} =$$

$$= p^4 + \frac{1}{2p^4} + 2$$

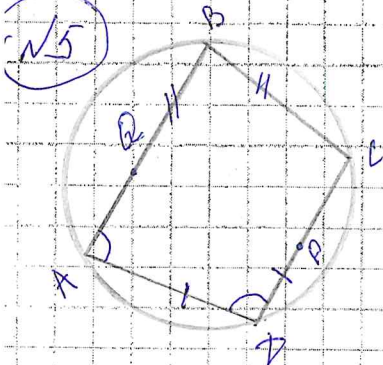
$$p^4 + \frac{1}{2p^4} \geq \frac{3}{2}$$

$$\frac{3}{2} > \sqrt{2} \Rightarrow X_1^4 + X_2^4 \geq 2 + \sqrt{2}$$

$$p^4 + \frac{1}{2p^4} + 2 \geq 2 + \sqrt{2}$$

$$p^4 + \frac{1}{2} p^4 > \sqrt{2}$$

$$X_1^4 + X_2^4 \geq 2 + \sqrt{2}, \text{ з.т.д.}$$



Дано: 4-угольник, $\angle P = \angle A$,
 $BQ = BC$

Доказать: $PQ = \frac{1}{2} BD$

Доказательство:

1 $\angle A = \angle C$ (по свойству вписанных углов)

2 $\angle A = \angle C$
 $\angle B = \angle D$ $\Rightarrow AB \parallel CD$ $\angle B = \angle D \Rightarrow BA = DC$

3 $PQ = \frac{1}{2} BD$, з.т.д.