

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
54		Кореньков	М
Шифр			11-013

W1

$$(10 + a - b)^2 + (2 + b - c)^2 + (3 + c - a)^2$$

⊙ Частная производная по a :

$$\frac{\partial F}{\partial a} = 2 \cdot (10 + a - b) \cdot 1 + 2 \cdot (3 + c - a) \cdot (-1) =$$

$$= 2(10 + a - b) - 2(3 + c - a)$$

$$10 + a - b - 3 - c + a = 0$$

$$2a - b - c + 7 = 0$$

$$\begin{array}{r|rrrr|r} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & \Sigma \\ \hline 5 & 0 & 5 & 4 & 0 & 14 \end{array}$$

⊙ Частная производная по b :

$$\frac{\partial F}{\partial b} = 2 \cdot (10 + a - b) \cdot (-1) + 2(2 + b - c) \cdot 1 = -2(10 + a - b) + 2 \cdot$$

$$\cdot (2 + b - c)$$

$$-10 - a + b + 2 + b - c = 0$$

$$2b - a - c - 8 = 0$$

⊙ Частная производная по c :

$$\frac{\partial F}{\partial c} = 2 \cdot (2 + b - c) \cdot (-1) + 2(3 + c - a) = -2(2 + b - c) + 2(3 + c - a)$$

$$-2 - b + c + 3 + c - a = 0$$

$$2c - b - a + 1 = 0$$

1) I + II:

$$\begin{cases} 2a - b - c + 7 = 0 \\ 2b - a - c - 8 = 0 \\ 2c - b - a + 1 = 0 \end{cases} \quad \begin{matrix} \text{I} \\ \text{II} \\ \text{III} \end{matrix} \begin{cases} 2a - b - c = -7 \\ 2b - a - c = 8 \\ 2c - b - a = -1 \end{cases} \quad \begin{cases} 2a - b - c + 2b - a - c = -7 + 8 \\ a + b - 2c = 1 \end{cases}$$

2) II + III:

$$2b - a - c + 2c - b - a = 8 - 1 \quad b + c - 2a = 7$$

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
Шифр			

[11]

Проверка:

$$a = 2c - b + 1$$

$$b + c - 2(2c - b + 1) = 7$$

$$b + c - 4c + 2b - 2 = 7$$

$$3b - 3c = 9 \quad | :3$$

$$b - c = 3$$

$$\underline{b = c + 3}$$

$$a = 2c - (c + 3) + 1$$

$$a = 2c - c - 3 + 1$$

$$\underline{a = c - 2}$$

$$I: 2(c - 2) - (c + 3) - c =$$

$$= 2c - 4 - (c + 3) - c =$$

$$= 2c - 4 - c - 3 - c =$$

$$= -7$$

$$-7 = -7$$

$$II: -(c - 2) + 2(c + 3) - c =$$

$$= -c + 2 + 2c + 6 - c = 8$$

$$8 = 8$$

$$III: -(c - 2) - (c + 3) + 2c = -c + 2 - c - 3 + 2c =$$

$$-3 + 2c - c = -1$$

$$-1 = -1$$

$a = c - 2$; $b = c + 3$, где c - любой параметр:

$$f(c) = (10 + (c - 2) - (c + 3))^2 + (2 + c + 3 - c)^2 + (3 + c - (c - 2))^2 =$$

$$= (10 + c - 2 - c - 3)^2 + (2 + c + 3 - c)^2 + (3 + c - c + 2)^2 =$$

$$= 5^2 + 5^2 + 5^2 = \underline{75} \quad \text{или?}$$

При любом c выражение равно 75;

Проверим $c = 0$, $a = -2$, $b = 3$:

$$(10 - 2 - 3)^2 + (2 + 3)^2 + (3 + 2)^2 = 75.$$

при $a = 0$, $b = 0$, $c = 0$ входит противоречие, где:

$$a - b + b - c + c - a = -15 \quad (0 \neq -15)$$

Следовательно, ответ: 75.

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
Шифр			

[14]

$$P(x) = x^6 + x^5 - 4x^4 + x^2 - x + 50$$

$$Q(x) = x^4 + x^3 - 4x^2 + 1$$

$$1) P(x) = x^6 + x^5 - 4x^4 + x^2 - x + 50$$

$$\frac{P(x)}{Q(x)} \Rightarrow P(x) = Q(x) \cdot (x^2 + ax + b) + R(x)$$

$R(x)$ - остаток степени ≤ 4 .

$$2) x = x_i$$

$$P(x_i) = Q(x_i) \cdot (x_i^2 + ax_i + b) + R(x_i) = R(x_i);$$

$$\text{т.к. } Q(x_i) = 0, \text{ то } P(x_i) = R(x_i)$$

$$3) P(x_1) + P(x_2) + P(x_3) + P(x_4) = R(x_1) + R(x_2) + R(x_3) + R(x_4)$$

$$\text{Если } R(x) = cx^3 + dx^2 + ex + f \Rightarrow R(x_i) = c \cdot S_3 + d \cdot$$

$$\cdot S_2 + e \cdot S_1 + 4f, \text{ где } S_k - \text{сумма } k\text{-х степеней корней.}$$

$$c = 0 \quad (R(x) \text{ имеет степень } < 4)$$

по т. Виета:

$$4) Q(x) = x^4 + x^3 - 4x^2 + 1$$

$$S_1 = x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = -\frac{1}{1} = -1$$

$$S_2 = x_1x_2 + x_1x_3 + x_1x_4 + x_2x_3 + x_2x_4 + x_3x_4 = -4$$

$$S_3 = x_1x_2x_3 + x_1x_2x_4 + x_1x_3x_4 + x_2x_3x_4 = 0$$

$$S_4 = x_1x_2x_3x_4 = 1$$

$$5) \frac{P(x)}{Q(x)} = 50 \Rightarrow R(x) = 50$$

$$R(x) = 50$$

$$6) P(x_1) + P(x_2) + P(x_3) + P(x_4) = 4 \cdot 50 = 200 \quad \text{Ответ: } 200.$$

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
Шифр			

№3

$$a_1 = 25$$

$$a_{2025} = 625$$

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

$$(n-1)d = a_n - a_1$$

$$d = \frac{a_n - a_1}{n-1}$$

$$① \quad d = \frac{625 - 25}{2025 - 1} = \frac{600}{2024}$$

$$② \quad \frac{1}{\sqrt{a_n} + \sqrt{a_{n+1}}} \cdot \frac{\sqrt{a_{n+1}} - \sqrt{a_n}}{\sqrt{a_{n+1}} - \sqrt{a_n}}$$

$$\frac{\sqrt{a_{n+1}} - \sqrt{a_n}}{(\sqrt{a_n} + \sqrt{a_{n+1}})(-\sqrt{a_n} - \sqrt{a_{n+1}})} =$$

$$= \frac{\sqrt{a_{n+1}} - \sqrt{a_n}}{a_{n+1} - a_n}$$

Таким образом,
так $a_{n+1} - a_n = d \Rightarrow$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{a_{n+1}} - \sqrt{a_n}}{d}$$

$$③ \quad S = \sum_{n=1}^{2024} \frac{\sqrt{a_{n+1}} - \sqrt{a_n}}{d} \rightarrow \text{большинство членов}$$

сократятся

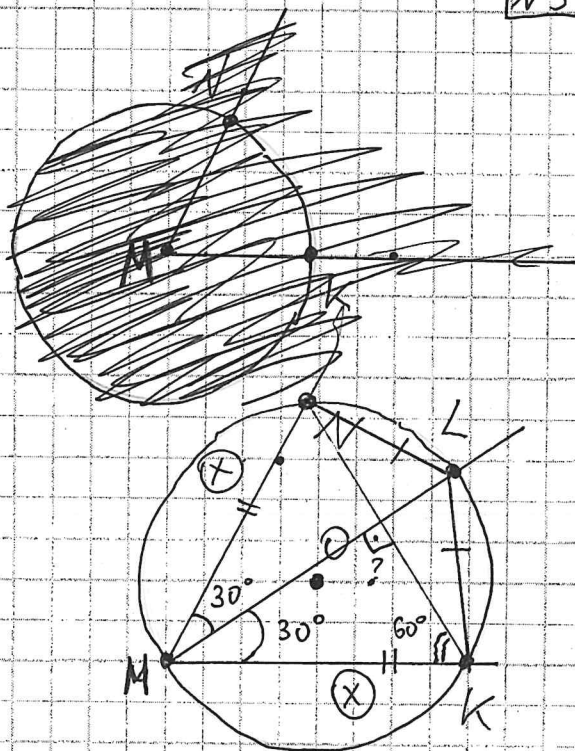
$$\Rightarrow S = \frac{\sqrt{a_{2025}} - \sqrt{a_1}}{d} = \frac{(\sqrt{625} - \sqrt{25}) \cdot 2024}{600} = \frac{20 \cdot 2024}{600} = \frac{1012}{3015}$$

$$= \frac{1012}{15} = 67 \frac{7}{15}$$

Ответ: $\frac{1012}{15}$

X

W5



Дако:

$$S_{MNLK} = 81$$

$$\angle LMN = 30^\circ$$

$$M_N + M_K - ?$$

Решение !

1) $\Delta MNL = \Delta MLK$ (ML - биссектриса)

$$2) S_{MNLK} = 81$$

$$S_{MNLK} = S_{\Delta MNL} + S_{\Delta MLK} \Rightarrow S_{\Delta MNL} = S_{\Delta MLK} = \frac{81}{2} = 40,5$$

$$3) S_{\Delta MNL} = \frac{1}{2} \cdot x \cdot \cancel{NL} \cdot \sin 30^\circ = \frac{x \cdot \cancel{NL}}{4}$$

$$81 = 2 \cdot \frac{x \cdot ML}{4}$$

$$X \cdot ML = 162$$

$$X = \frac{162}{ML}$$

$$M_N + M_K = 2x = \frac{324}{ML}$$

Ответ: $MN + MK = \frac{324}{ML}$