Место для скобы

Шифр Р-10-13

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
0+8+16+8+10 = 42	14.03.24.	Соломатин К.В.	

Задача №2.

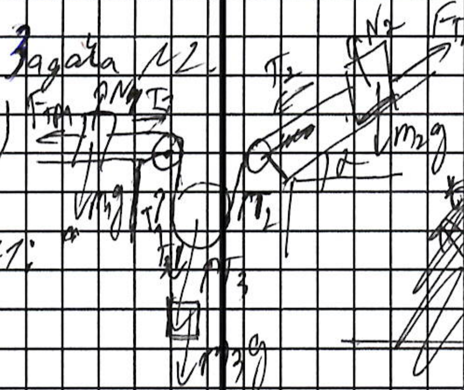
1) 

рис 1:

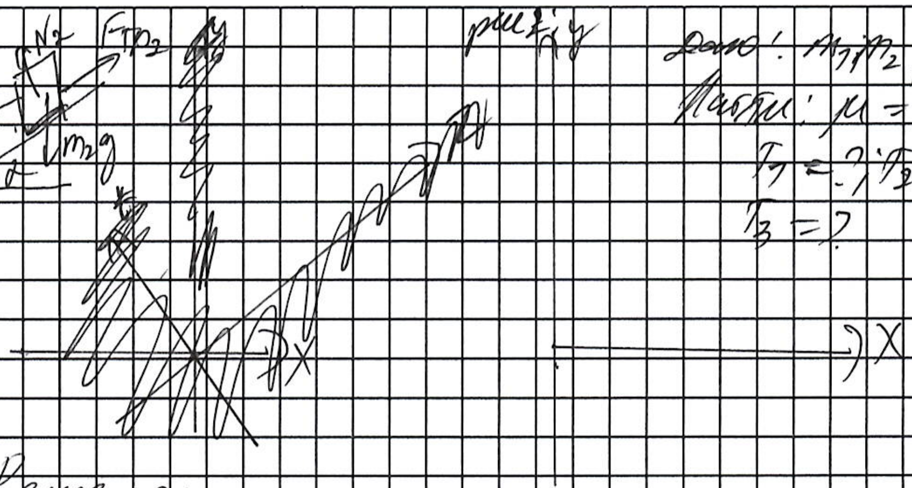


рис 2

Дано: m_1, m_2, m_3, α

Найти: $\mu = ?$

$T_1 = ?; T_2 = ?$

$T_3 = ?$

Решение:

а) На рис 1 изображен рисунок ~~со~~, данный в задаче с учётом равновесия с перечисленными силами на каждый из грузов. На рис 2 оси y и x для рис 1, на которые мы будем проецировать силы.

б) Т.к груз массы m_1 и груз массы m_2 связаны одной нитью, то $T_2 = T_1$.

в) Рассмотрим блок, который располагается в середине системы. II закон Ньютона для него в проекции на OY: $T_1 + T_2 = T_3 \Rightarrow T_3 = 2T_2$

2) Запишем II Закон Ньютона для 1 г. и 2 2. (грузы массой m_1 и m_3):

OY:

1г: $m_1 g = N_1$;

3г. $m_3 g = T_3$

OX:

1г: $T_2 = \cancel{N_2}\ F_{тр1}$

$F_{тр1} = \mu N_1$

продолжение на стр 2.

место для скобы

Шифр P-10-13

$\Rightarrow$ $\mu N_1 = T_2$

$m_1 g = N_1$

$m_3 g = 2T_2$

2) $\mu m_1 g = T_2$

$m_3 g = 2T_2 \Rightarrow T_2 = \frac{m_3 g}{2} \Rightarrow T_1 = T_2 = \frac{m_3 g}{2}$;

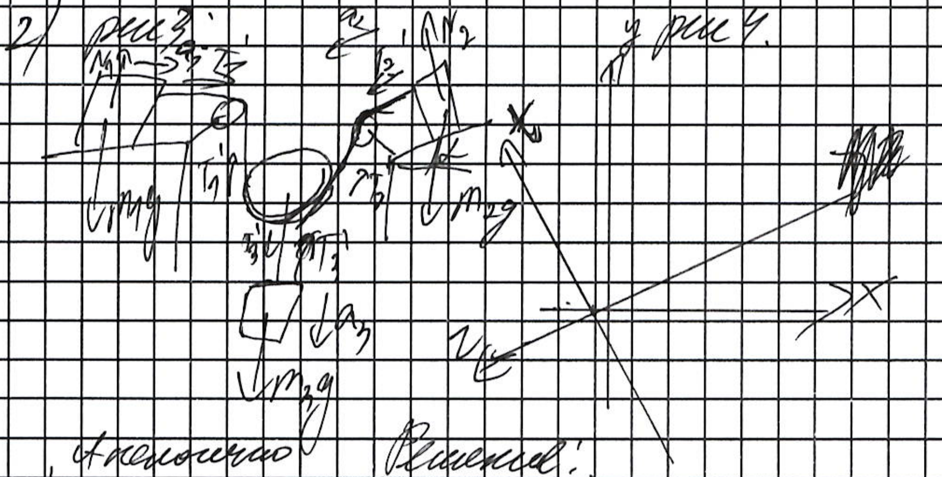
$T_3 = 2T_2 = m_3 g$.

$\mu m_1 g = T_2 = \frac{m_3 g}{2}$

$\mu m_1 = \frac{m_3}{2} \Rightarrow \mu = \frac{m_3}{2m_1}$

Ответ: 1) $\mu = \frac{m_3}{2m_1}$; $T_1 = \frac{m_3 g}{2}$; $T_2 = \frac{m_3 g}{2}$; $T_3 = m_3 g$.

2) рис 3: рис 4.



Дано:

g, m_1, m_2, m_3, β

Найти: $a_1 - ?$

$a_2 - ?$

$a_3 - ?$

Решение:

а) Аналогично на рис 3 изображен рисунок, на котором расставлены все силы и ускорения. На рис 4 Oy - вертикальная; Ox - горизонтальная, Oz - под углом $\angle$ к Ox, $Oy \perp Oz$.

б) И ~~II~~ Закона Ньютона для среднего блока следует, что $T_3' = T_2' + T_1'$, а т.к. m_1 и m_3 связаны одной и той же нитью, то $T_1' = T_2' \Rightarrow T_3' = 2T_2'$

в) Запишем II Закон Ньютона для первого груза в проекции на OY

место для скобы

Шифр Р-10-13

Oy:

3.: $m_3 a_3 = m_3 g - 2T_2'$

Ox:

1: $m_1 a_1 = T_2'$

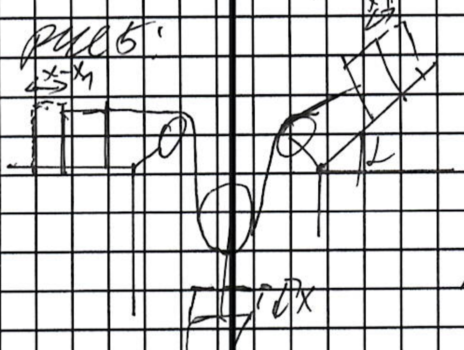
Oz:

2: $m_2 a_2 = m_2 g \sin\alpha + T_2'$

Запомним эти 3 уравнения.

г) Метод виртуального перемещения: Смещаем груз 3, массой m_3 на X по Oy, груз 2, массой m_2 на x_1 по Oz, тогда груз, массой m_1 смещается на $x - x_1$ (рис 5)

рис5:



д) Каждый из грузов движется равноускоренно, поэтому запишем ур. равноускоренного движения для перемещения каждого груза:

$x = \frac{a_3 t^2}{2}$, $x_1 = \frac{a_2 t^2}{2}$, $x - x_1 = \frac{a_1 t^2}{2}$

Из этих ур. следует: $x - x_1 = \frac{a_3 t^2}{2} - \frac{a_2 t^2}{2} = \frac{a_1 t^2}{2} \Rightarrow$

$\Rightarrow a_3 - a_2 = a_1$

е) решим систему из ~~трех~~ четырёх полученных уравнений.

$T_2' = m_1 a_1 \Rightarrow m_3 a_3 = m_3 g - 2 m_1 a_1$

$m_2 a_2 = m_2 g \sin\alpha + m_1 a_1$

$a_1 = a_3 - a_2 \Rightarrow m_3 a_3 = m_3 g - 2m_1 a_3 + 2m_1 a_2 \quad | \Rightarrow$

$m_2 a_2 = m_2 g \sin\alpha + 2m_1 a_3 - 2m_1 a_2$

продолжим на обр.

место для скобы

Шифр Р-10-13

$\cancel{m_3 m_1}$

$$\Rightarrow \begin{cases} a_3(m_3+2m_1) = 2m_1 a_2 + m_3 g \\ 2m_1 a_3 = m_2 a_2 - m_2 g \sin\alpha + 2m_1 a_2 \end{cases}$$

$\Downarrow$

$$\frac{m_3+2m_1}{2m_1} = \frac{2m_1 a_2 + m_3 g}{m_2 a_2 - m_2 g\sin\alpha + 2m_1 a_2}$$

$$m_2 m_3 a_2 - m_3 m_2 g\sin\alpha + 2m_1 a_2 m_3 + 2m_1 m_2 a_2 - \cancel{2m_1 m_2 g \sin\alpha} + 2m_1 m_2 g\sin\alpha + 4m_1^2 a_2 = 4m_1^2 a_2 + 2m_3 m_1 g.$$

$\Downarrow$

$$m_2 m_3 a_2 + 2m_1 m_3 a_2 + 2m_1 m_2 a_2 = 2m_1 m_3 g + m_3 m_2 g\sin\alpha + \cancel{2m_1 m_2} + 2m_1 m_2 g \sin\alpha$$

$\Downarrow$

$$a_2 = \frac{2m_1 m_3 g + m_3 m_2 g\sin\alpha + 2m_1 m_2 g\sin\alpha}{m_2 m_3 + 2m_1 m_3 + 2m_1 m_2}.$$

$\Downarrow$

$\cancel{a_3 = m_2 a_2 - m_2 g \sin\alpha}.$

$$a_3 = \frac{2m_1 a_2 + m_3 g}{m_3+2m_1} = \frac{m_3 g}{m_3+2m_1} + \frac{2m_1(2m_1 m_3 g + m_3 m_2 g\sin\alpha + 2m_1 m_2 g\sin\alpha)}{(m_3+2m_1)(m_2 m_3 + 2m_1 m_3 + 2m_1 m_2)}$$

$$a_1 = a_3 - a_2 = \frac{m_3 g}{m_3+2m_1} + \frac{(2m_1 m_3 g + m_3 m_2 g\sin\alpha + 2m_1 m_2 g\sin\alpha)}{(m_2 m_3 + 2m_1 m_3 + 2m_1 m_2)} \cdot \left(\frac{2m_1 - m_3 - 2m_1}{m_3+2m_1}\right)$$

продолжение на стр 5.

место для скобы

Шифр Ф-10-13

Применяем: Ⅲ з. Ньютона в ~~...~~ векторном общем виде: $\Sigma \vec{F}_1 = \Sigma \vec{F}_2$, где F_2 и F_1 противоположно направлены. Ⅱ з. Ньютона в векторном и общем виде: $\Sigma \vec{F} = m\vec{a}$

4

Ответ: 2) $a_2 = \dfrac{2m_1 m_3 g + m_3 m_2 g \sin\alpha + 2m_1 m_2 g \sin\alpha}{m_2 m_3 + 2m_1 m_3 + 2m_1 m_2}$

$a_3 = \dfrac{m_3 g}{m_3 + 2m_1} + \dfrac{2m_1 (2m_1 m_3 g + m_3 m_2 g \sin\alpha + 2m_1 m_2 g \sin\alpha)}{(m_3 + 2m_1)(m_2 m_3 + 2m_1 m_3 + 2m_1 m_2)}$

$a_1 = \dfrac{m_3 g}{m_3 + 2m_1} - \dfrac{(2m_1 m_3 g + m_3 m_2 g \sin\alpha + 2m_1 m_2 g \sin\alpha) m_3}{(m_2 m_3 + 2m_1 m_3 + 2m_1 m_2)(m_3 + 2m_1)}$

Задача №1.

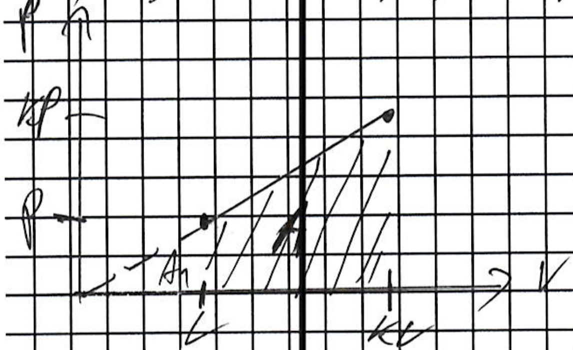
Дано: $i = 3$; ν, T_1, T_2; a; $V = a\sqrt{T}$. Найти: $Q = ?$, $A = ?$, $C = ?$ Является ли C — const?

Решение:

1) $V = a\sqrt{T}$, $PV = \nu R T$ $\Rightarrow V = a\sqrt{\dfrac{PV}{\nu R}} \Rightarrow V = a_1\sqrt{PV} \Rightarrow \sqrt{V} = a_1\sqrt{P} \Rightarrow$
$\Rightarrow P = a_2 V$ (a_1; a_2 — const)

2) Изобразим график процесса в PV, который линейный.

~~...~~ Принимаем: $\begin{cases} P = a_2 V \\ k_1 P = a_2 k V \end{cases}$ $\Rightarrow k_1 = k$.



A — площадь под графиком процесса.

$A = P(kV - V) + \dfrac{(kP - P)(kV - V)}{2} = PV(k-1) + \dfrac{PV(k-1)^2}{2}$

продолжение на обр.

место для скобы

Шифр Ф-10-13

3) I з. термодинамики:

$Q = \Delta U + A$.

4) Ур. Менделеева – Клапейрона:

$PV = \nu R T_1$

$K^2 PV = \nu R T_2$ $\Rightarrow PV = \nu R T_1$ $K^2 = \frac{T_2}{T_1} \Rightarrow K = \sqrt{\frac{T_2}{T_1}}$

5) $Q = \frac{3}{2}\nu R(T_2 - T_1) + PV(K-1) + \frac{PV(K-1)^2}{2} =$

$= \frac{3}{2}\nu R(T_2 - T_1) + \nu R T_1(K-1) + \frac{\nu R T_1}{2}(K-1)^2 =$

$= \frac{\nu R}{2}\left(3T_2 - 5T_1 + 2T_2\frac{\sqrt{T_2}}{\sqrt{T_1}} + T_1(K^2 - 2K + 1)\right) =$

$= \frac{\nu R}{2}\left(3T_2 - 5T_1 + 2\sqrt{T_1T_2} + T_2 - 2\sqrt{T_1T_2} + T_1\right) =$

$= \frac{\nu R}{2}(4T_2 + 4T_1) = 2\nu R(T_2 + T_1)$

6) $\eta = \frac{A}{Q} = \frac{2\nu R T_1(K-1) + \nu R T_1(K-1)^2}{4\nu R(T_2 + T_1)} =$

$= \frac{\nu R T_1(2K - 2 + K^2 - 2K + 1)}{4\nu R(T_2 + T_1)} = \frac{T_1(K^2 - 2)}{4(T_2 + T_1)} =$

$= \frac{T_1\left(\frac{T_2 - T_1}{T_1}\right)}{4(T_2 + T_1)} = \frac{(T_2 - T_1)}{4(T_2 + T_1)}$

7) $C = \frac{Q}{\nu \Delta T}$

продолжение на стр 7.

Шифр P-10-13

$C = \frac{2\nu R(T_1+T_7)}{\nu(T_1-T_7)} = \frac{2R(T_1+T_7)}{(T_1-T_7)}$ с ~~вырастает~~ любой момент (при достигании T)

Рассмотрим как изменяется C:

$C' = \frac{2R((T_1+T_7)'(T_1-T_7)-(T_1-T_7)'(T_1+T_7))}{T_1-T_7} =$

$= \frac{2R}{(T_1-T_7)}\left(T(T-T_7)-T(T+T_7)\right) =$

$= \frac{2R}{T-T_7}\left(T^2-TT_7-T^2-TT_7\right) = -\left(\frac{4R\,TT_7}{T-T_7}\right)$

производная ≠0, следовательно теплоёмкость изменяется в течении процесса.

т.к $C'<0$, то C убывающая функция, тогда C наибольшее в начале процесса, а C наименьшее в конце процесса.

8

Б) ~~Cmax~~ $C_{наиб} = \frac{Q_1}{\nu(T_1-0)}$ — Об начала координат отсчет.

$Q_1 = \Delta U_1 + A_1$

$Q_1 = \frac{PV}{2} + \frac{3}{2}\nu RT_1 = \frac{\nu RT_1}{2} + \frac{3}{2}\nu RT_1 = 2\nu RT_1$

$C_{наиб} = \frac{2\nu RT_1}{\nu T_1} = 2R$

$C_{наим} = \frac{Q_2}{\nu(T_2-0)}$; $Q_2 = \Delta U_2 + (A_1+A)$

$Q_2 = \frac{3}{2}\nu RT_2 + \frac{\nu RT_1}{2} + 2\nu R\cdot(T_2-T_1) =$

$= \frac{3}{2}\nu RT_2 + \frac{\nu RT_1}{2} + 2\nu R(T_2-T_1) = \frac{\nu R}{2}(3T_2+T_1+4T_2-4T_1)$

продолжение на стр. 8

место для скобы

Шифр Ф-10-13

$$Q_2 = \frac{\nu R}{2}(7T_2 - 3T_1)$$

$$C_{нач} = \frac{R(7T_2 - 3T_1)}{2T_2}$$

(т.к. $P(V)$ — линейная функция)

$$C = \frac{C_{нач} + C_{конеч}}{2} = \frac{\frac{R(7T_2 - 3T_1)}{4T_2} + R}{\cancel{4/2}} =$$

$$= \frac{R(7T_2 - 3T_1 + \cancel{4}T_2)}{4T_2} = \frac{R(3T_2 - 3T_1)}{4T_2} = \frac{3R(T_2 - T_1)}{4T_2}$$

Ответ: $Q = 2\nu R(T_2 + T_1)$; $\eta = \frac{(T_2 - T_1)}{2(T_2 + T_1)}$; C меняется;

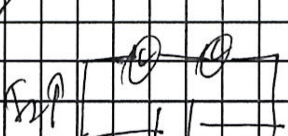
$$C = \frac{3R(T_2 - T_1)}{4T_2}$$

Задача №3.

схемы:

1) Один. вольтметр последовательно с источником:

2) Два вольтметра последовательно с источником.



3) Два вольтметра параллельно, а источник к ним последовательно:

продолжение на обр.

место для скобы

Шифр Ф-10-13

Дано: $U_1; U_2; U_3$; Найти: $\mathcal{E}=?$

$U_1 : U_2 : U_3 = 1$, если вольтметры

Решение:

а) Запишем для каждой цепи отходов от идеального источника до источника с учётом закона Ома и правил Кирхгофа:

$$\begin{cases} \mathcal{E} = I_1 R + U_1 \\ \mathcal{E} = I_2 R + 2U_2 \\ \mathcal{E} = I_3 R + U_3. \end{cases}$$

б) Пока мы ищем $\mathcal{E}$, ~~[illegible]~~ считаем, что вольтметры не идеальны:

$$\begin{cases} I_1 R_V = U_1 \\ I_2 R_V = U_2 \\ \frac{I_3}{2} R_V = U_3 \end{cases} \Rightarrow I_1 = \frac{U_1}{U_2} I_2, \quad \frac{I_3}{2I_2} = \frac{U_3}{U_2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow I_3 = \frac{2 I_2 U_3}{U_2}$$

Тогда:

$$\begin{cases} \mathcal{E} = \frac{U_1 I_2 R}{U_2} + U_1 \\ \mathcal{E} = I_2 R + 2U_2 \Rightarrow I_2 R = \mathcal{E} - 2U_2 \\ \mathcal{E} = \frac{2 I_2 U_3 R}{U_2} + U_3 \end{cases}$$

Тогда.

$$\mathcal{E} = \frac{U_1(\mathcal{E} - 2U_2)}{U_2} + U_1 \Rightarrow \mathcal{E} U_2 = U_1 \mathcal{E} - 2U_2 U_1 + U_1 U_2 \Rightarrow$$

продолжение на стр 10.

$\Rightarrow \varepsilon(U_2 - U_1) = -U_2 U_1$

$$\varepsilon = \frac{U_2 U_1}{U_1 - U_2}$$

в) Если вольтметры идеальны, то их сопротивление бесконечно велико, но отношения, которые записаны в начале пункта б верны, т.к. вольтметры одинаковы. И мы не использовали R_V (а берём только отношения токов)

тогда

- $\varepsilon = \dfrac{U_2 U_1}{U_1 - U_2}$

- $\varepsilon = \dfrac{2U_3(\varepsilon - 2U_2)}{U_2} + U_3 \Rightarrow \varepsilon U_2 = 2U_3\varepsilon - 4U_3U_2 + U_3U_2$

$$3U_3U_2 = \varepsilon(2U_3 - U_2)$$

$$\varepsilon = \frac{3U_3U_2}{2U_3 - U_2}$$

$\Downarrow$

$\dfrac{U_1}{U_2} + \dfrac{U_1}{U_3} = 3$ (приравняли ε и преобразовали)

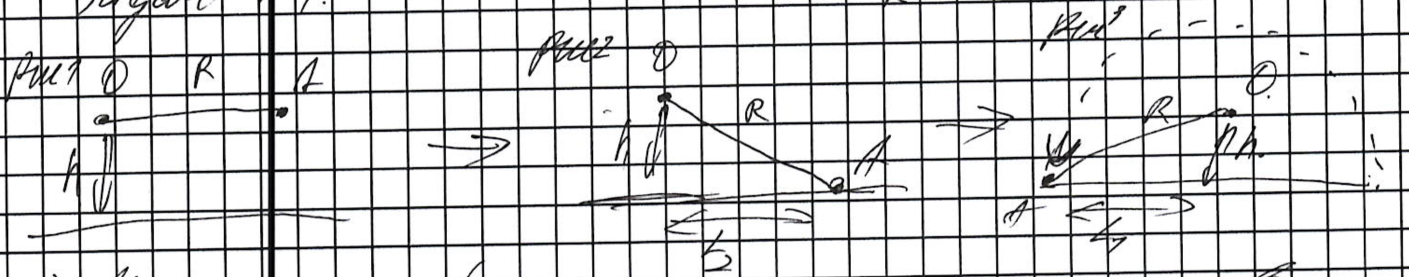
1,6

Ответ: $\varepsilon = \dfrac{U_2 U_1}{U_1 - U_2}$; $\dfrac{U_1}{U_2} + \dfrac{U_1}{U_3} = 3$

место для скобы

Шифр Ф-10-13

Задача №1. Дано: R. Найти: $k = \frac{h}{R}$; L - ?



1) На рис. изображено происходящее в задаче, т.к. шарик будет и удар о поверхность его будет упругим.

$L_2 = \sqrt{R^2 - h^2}$

$L_1 = \sqrt{R^2 - h^2}$ $\Rightarrow L = 2\sqrt{R^2 - h^2}$

$L = L_1 + L_2$

Пусть $\frac{h}{R} = k$, тогда $L = 2R\sqrt{1-k^2}$

6

Ясно, что $1 - k^2 \geq 0$; L - ~~min~~ max $\Leftrightarrow \sqrt{1-k^2}$ - max $\Leftrightarrow$

$k^2 \leq 1$. k^2 - min.

$\sqrt{1-k^2}$ - max $\Leftrightarrow 1 - k^2$ - max $\Leftrightarrow$

$k^2 \geq 0 \Rightarrow k = 0$.

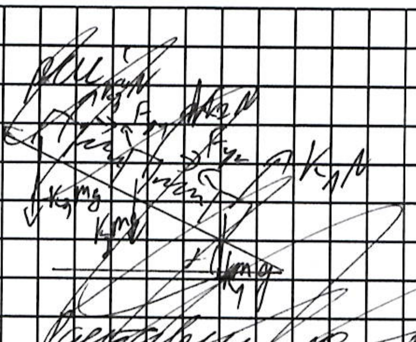
2) при $k = 0$: $L = 2R\sqrt{1-0} = 2R$.

Ответ: $k = 0$; $L = 2R$.

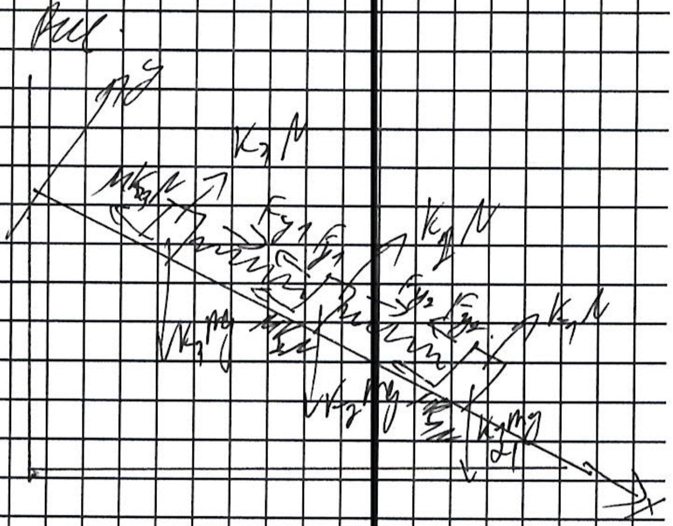
Задача №5.

Мы не знаем, как расставлены грузы на наклонной плоскости. Тогда пусть самый нижний будет иметь массу $k_1 m$; средний — $k_2 m$; верхний $k_3 m$. (рис)

продолжение на стр 12



~~Расставим все эти силы.~~



расставим на рис силы,

с учётом, что $N_1 = k_1 mg\cos\alpha$.

$N = mg\cos\alpha$,

а $F_{тр_1} = \mu N_1 = \mu k_1 mg\cos\alpha$.

Запишем условие равновесия для шайбы по осевым элементам (для случая, когда $\angle$ max) ~~Oy~~ Ox.

$$k_1 mg\sin\alpha = F_{y_2} + \mu k_1 mg\cos\alpha$$

$$F_{y_2} + k_2 mg\sin\alpha = F_{y_1} + \mu k_2 mg\cos\alpha$$

$$F_{y_1} + k_3 mg\sin\alpha = \mu k_3 mg\cos\alpha$$

Пусть удлинение нижней пружины $= x$, тогда удлинение верхней пружины равно $L - x$. Тогда:

$F_{y_1} = k(L_0 + L - x)$

$F_{y_2} = k(L_0 + x)$ | Подставим в выше:

$$\begin{cases} k_1 mg(\sin\alpha - \mu\cos\alpha) = k(L_0 + x) \\ k(L_0 + x - L_0 - L + x) = k_2 mg(\mu\cos\alpha - \sin\alpha) \\ k(L_0 + L - x) = k_3 mg(\mu\cos\alpha - \sin\alpha) \end{cases}$$

Подставим $\mu = 2\,tg\alpha$.

продолжение на стр 13.

место для скобы

Шифр Р-10-73

По поводу L больше или меньше зависит от реакции угла на площадь.

Из первого уравнения получаем искомое $\Rightarrow$

~~$\Rightarrow k_1 mg(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)$~~

$$\Rightarrow \frac{k_1 mg(\sin\alpha - 2\sin\alpha)}{k} - L_0 = X =$$

$$= \frac{-k_1 mg\sin\alpha}{k} - L_0 = \frac{-(k_1 mg\sin\alpha + L_0 k)}{k}$$

Подставим x в следующее:

$$k\left(-\frac{2(k_1 mg\sin\alpha + L_0 k)}{k} - Lk\right) = k_2 mg\sin\alpha =$$

$$\Downarrow$$

$$\Rightarrow k_2 mg\sin\alpha = -2k_1 mg\sin\alpha - L_0 k - Lk.$$

$$k\left(L_0 + L + \frac{(k_1 mg\sin\alpha + L_0 k)}{k}\right) = k_3 mg\sin\alpha.$$

$$\Downarrow$$

$$k_3 mg\sin\alpha = 2L_0 k + Lk + k_1 mg\sin\alpha.$$

~~$k_2 > k_1 = \frac{-(2k_1 mg\sin\alpha + L_0 k + Lk)}{mg\sin\alpha}$~~

Тогда.

~~$k_2 mg\sin\alpha = 2L_0 k + Lk$~~

Выразим из ~~них~~ L и подставим ~~в~~ ~~одно~~ одних ~~неизвестных~~ ~~L~~ ~~имеем~~

$$a \Rightarrow L = \frac{mg\sin\alpha(2k_1 + k_2) + L_0 k}{k}$$

продолжение на стр. 14.

б) ⇒ $L = \dfrac{mg\sin\alpha\,(k_3 - k_1) - 2L_0k}{k}$.

то что следует из а не уд., т.к. меньше 0.

L_{max} ⇒ выражение для $L\ max$ ⇒ $k_3 - k_1 = max$ ⇒ ⇒ k_3 – max, а k_1 – min. ⇒ $k_3 = 7$, а $k_1 = 3$, тогда

$$L = \frac{2mg\sin\alpha - 2L_0k}{k}$$

10

Ответ: $L = \dfrac{2(mg\sin\alpha - L_0k)}{k}$.