Шифр 08212

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
78	19.03.24	Ежов Д.М.	

Задача 3

1	2	3	4	5	Σ
4	20	14	20	20	78

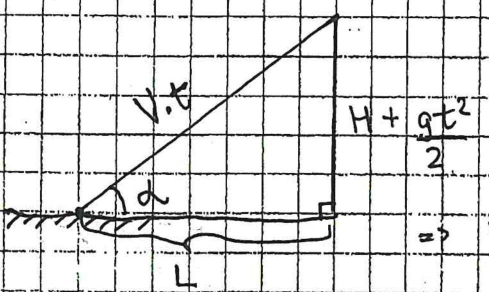
$g = 10\ м/с^2$

Дано:
$L = 3м$
$H = 4м$
$t = 1.2с$
$g = 10\ м/с^2$

$\alpha - ?$
$V - ?$

Решение:

Перейдем в свободно-падающую систему отсчета. По вертикали петарда пройдет расстояние $S = \frac{gt^2}{2}$, а по прямой $S' = V \cdot t$, т.к взрыв происходит, когда петарда достигает мишени:



По теореме Пифагора:

$$V^2t^2 = \left(H + \frac{gt^2}{2}\right)^2 + L^2 \Rightarrow V = \sqrt{\frac{\left(H + \frac{gt^2}{2}\right)^2 + L^2}{t^2}}$$

$$\Rightarrow V = \frac{\sqrt{\left(H + \frac{gt^2}{2}\right)^2 + L^2}}{t}.$$

И для значений $g = 10\ м/с^2$:

$V = 9.66\ м/с$

При этом $tg\,\alpha = \frac{2H + gt^2}{2L} \Rightarrow$ что для $g = 10\ м/с^2$: $\alpha = 75°$, т.к $arctg\left(\frac{2H + gt^2}{2L}\right) = 75°$

Чтобы петарда при взрыве находилась на минимальном расстоянии от мишени при скорости меньшей, чем минимальная, то лететь ей нужно под тем же углом, ведь смещение $\frac{gt^2}{2}$ – фиксированная величина, а расстояние при изменении угла α до мишени будет увеличиваться:

$\Delta x = V_0 \cdot \cos\alpha t$; $\Delta y = V_0 \cdot \sin\alpha t - \frac{gt^2}{2}$, где $V_0 < V$ – скорость петарды

Угол должен остаться таким же, чтобы при взрыве петарда находилась на минимальном расстоянии от мишени.

-14

Ответ: $V = \frac{\sqrt{\left(H + \frac{gt^2}{2}\right)^2 + L^2}}{t}$; $tg\,\alpha = \frac{2H + gt^2}{2L}$ | Для $g = 10\ м/с^2$ $V = 9.66\ м/с$; $\alpha = 75°$

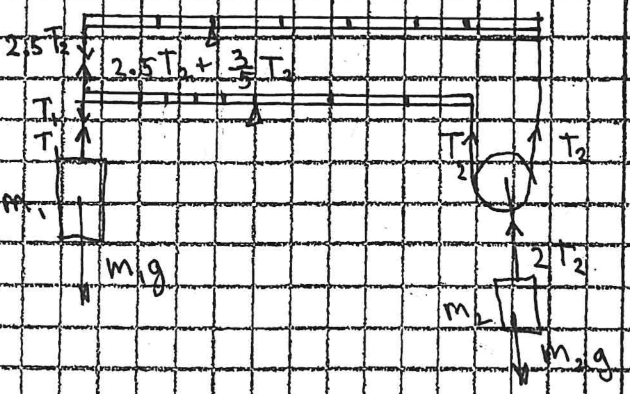
(20 - 6) = 14

Место для скобы

Шифр 08212

Задача 4

Дано:



l – длина одного сегмента первого рычага

l' – длина одного сегмента второго

Решение:

Обозначим натяжение нити прикреплённой к грузу массой m_1 за T_1. А натяжение нити прикреплённой ко второму грузу за $2T_2$. $\begin{pmatrix} m_1 g = T_1 \\ m_2 g = 2T_2 \end{pmatrix}$

Т.к блок подвижный, то натяжение нитей у подвижного блока по T_2

Запишем уравнение моментов для верхнего рычага:

С одной на него действует сила натяжения нити (левой) T_3 а с другой стороны T_2.

Тогда: $T_3 \cdot 2l = T_2 \cdot 5l \Rightarrow T_3 = \frac{5}{2} T_2$ (смотрите рисунок)

Запишем уравнение моментов для нижнего рычага:

С одной стороны на него действует сила натяжения левой нити T_4, а с другой стороны T_2

Тогда: $T_4 \cdot 5l' = 3l' \cdot T_2 \Rightarrow T_4 = \frac{3}{5} T_2$

А по условию, т.к нить не растяжима, то: (речь идет о левой нити где действует сила T_1)

$T_1 = T_3 + T_4 = \left(\frac{5}{2} + \frac{3}{5}\right) T_2 = \frac{31}{10} T_2$.

По условию: $m_2 g = 2T_2$; $m_1 g = T_1 = \frac{31}{10} T_2$

$\Rightarrow m_1 = m_2 \frac{31}{20} = 1.55 m_2$

Ответ: $1.55 m_2 = m_1$.

1.20

скобы

Шифр 08212

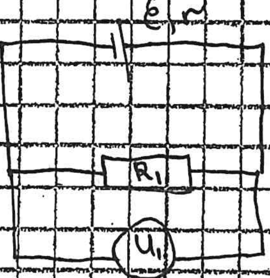
Задача 2

Дано:
$R_V = 1$ МОм
$R_1 = 1$ кОм
$R_2 = 2$ кОм
$\mathcal{E}$
$U_1 = U_2$

r — ?

Решение:

1 Случай (цепь):



2 Случай (цепь):

Найдем напряжение, т.е показание вольтметра U_1:

$R_{01} = \frac{R_V R_1}{R_1 + R_V} + r$, где R_{01} — сопротивление всей цепи (первой)

$\Rightarrow I_{01} = \frac{\mathcal{E}}{\frac{R_V R_1}{R_1 + R_V} + r}$, где I_{01} — ток через батарейку (первой цепи)

Через резистор R_1 будет протекать ток $1000 I$, тогда через вольтметр будет протекать ток I, т.к параллельное соедин.

$\Rightarrow I_0 = 1001 I \Rightarrow U_1 = R_V \cdot I = R_V \cdot \frac{I_0}{1001} = R_V \cdot \frac{\mathcal{E}}{\frac{R_1 + R_V}{R_1}\left(\frac{R_1 R_V}{R_1 + R_V} + r\right)}$

(Ток через вольтметр на его внутреннем сопрот.)

Находим аналогично показания U_2 вольтметра во 2-ом случае:

$R_{02} = R_V + R_2 + r$, т.к последовательное соединени. $\Rightarrow I_{02} = \frac{\mathcal{E}}{R_V + R_2 + r}$,

где R_{02} и I_{02} — сопротивлени второй цепи и ток через батарейку соответств.

$\Rightarrow U_2 = R_V \cdot \frac{\mathcal{E}}{R_V + R_2 + r}$, по условию: $U_1 = U_2 \Rightarrow$

$$R_V \frac{\mathcal{E}}{\frac{R_1 + R_V}{R_1}\left(\frac{R_1 R_V}{R_1 + R_V} + r\right)} = R_V \cdot \frac{\mathcal{E}}{R_V + R_2 + r} \Rightarrow r + R_2 + R_V = R_V + r \cdot \frac{R_1 + R_V}{R_1}$$

$$\Rightarrow r = \frac{R_2}{\frac{R_1 + R_V}{R_1} - 1} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_V} = 2 \text{ Ом}$$

Ответ: $r = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_V} = 2$ Ом

/10

кобы

Шифр 08212

Задача 5

$\rho_л = 0.9 \, г/см^3$

$\rho_в = 1 \, г/см^3$

Дано:

$h = 25 см$

$S = 20 см^2$

$m = 150 г$

$t_1 = -5 °C$

$t_2 = 15 °C$

$c_в = 4200 \, Дж/кг \cdot °C$

$c_л = 2100 \, Дж/кг \cdot °C$

$\lambda = 336 \, кДж/кг$

$M_{max} - ?$

Решение:

Объем цилиндра V_0 равен: $V_0 = S \cdot h = 500 \, см^3$, а объем льда изначально:

$$V_л = \frac{m}{\rho_л} = \frac{500}{3} см^3$$

Весь лед, не получится растаявшим водой, чтобы вода не перелилась за край цилиндра.

$M_{max} = m_н + m_п$, где M_{max} — максимальная масса воды, которую нужно найти, а

$m_н$ — масса воды, которая требуется для нагревания льда до температуры плавления; $m_п$ — сколько воды влили, которая плавила лед.

$Q_1 + Q_2 = 0$:

Тогда: $m_н \cdot c_в \cdot t_2 + m \cdot c_л \cdot t_1 = 0 \Rightarrow m_н = 25 г$

Теперь, когда мы добавим воду лед уже начинает плавиться. Так как его начальный объем равен $V_л$, то:

$V_{лк} = V_л - V_р$, где $V_{лк}$ — конечный объем льда, а $V_р$ — объем растаявшего льда

Всего можно добавить $V_m = V_0 - \frac{m_н}{\rho_в}$, т.е. $475 см^3$, чтобы вода не перетекала. (В сосуде будет вода при нуле градусов и лед при 0°C)

$V_m = 475 \, см^3 = \frac{m_п}{\rho_в} + V_р \cdot \frac{9}{10} + V_л - V_р$ (Пояснение: $V_р \cdot \frac{9}{10}$ — объем воды, т.к. $V_л \cdot \rho_л = \rho_в V_в$; $\frac{m_п}{\rho_в}$ — объем оставшейся воды добавленной)

$\Rightarrow$ Пусть $\frac{m_п}{\rho_в} = V'''$, тогда:

$475 - \frac{500}{3} + \frac{1}{9} V_р = V'''$ — объем воды, который плавил лед.

Составим уравнение теплового баланса:

$c_в \rho_в t_2 \left(475 - \frac{500}{3} + \frac{1}{9} V_р\right) = \lambda V_р \cdot \rho_л \Rightarrow \frac{33}{7} V_р = 475 - \frac{500}{3} + \frac{1}{9} V_р$

$\Rightarrow V_р = 67 \, см^3 \Rightarrow V''' = 315.77 \, см^3 = \frac{m_п}{\rho_в} \Rightarrow m_п = 315.77 г$

$\Rightarrow M_{max} = m_п + m_н = 315.77 + 25 \approx 341 г$

1/10

Ответ: 341 г

Задача 1

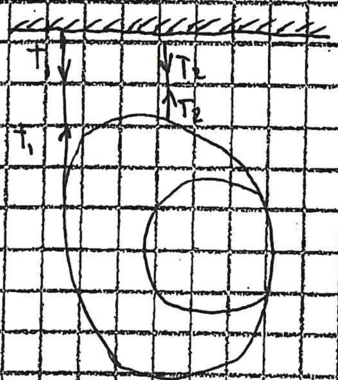
Дано: r, m

T_1 - ?

T_2 - ?

x - ?

Решение:

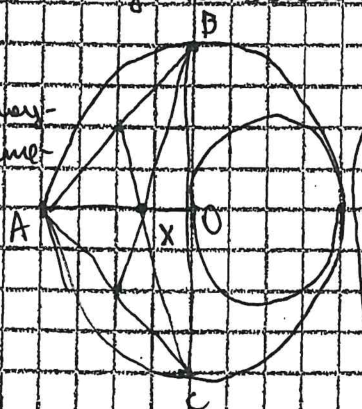


По скольку вырезали диск радиусом $r/2$, то масса оставшегося диска:

$$m_0 = \left(r^2 - \frac{r}{2}\right)^2 \frac{m}{r^2} = \frac{3}{4}m$$

1/2

Для определения центра тяжести впишем какую-нибудь фигуру в диск, т.к. диск симметричный (см. рисунок)



Данный треугольник правильный, то его центр тяжести – точка пересечения медиан

=> $AO = 3x = r$, т.к. медианы точкой пересечения делятся в отношении 2:1 начиная от вершины

т.к. ABC – правильный, то $AO = r$

=> Запишем уравнение моментов относительно прямой OB: (т.к. T_1 - в данном случае 0)

$$\Sigma O: \; T_1 \cdot r = mg \cdot \frac{3}{4} \cdot x \Rightarrow T_1 = \frac{3}{4}mg \cdot \frac{r}{3} = \frac{mg}{4}$$

1/2

=> Запишем уравнение моменты относительно левой нити

$$T_1 \cdot 0 + T_2 \cdot r = \frac{3}{4}mg \cdot \frac{2}{3}r \Rightarrow T_2 = \frac{1}{2}mg$$

(Пояснение: $m_0 = \frac{3}{4}m$)

=> Ответ: $T_1 = \frac{mg}{4}$; $T_2 = \frac{mg}{2}$; $x = \frac{r}{3}$