место для скобы

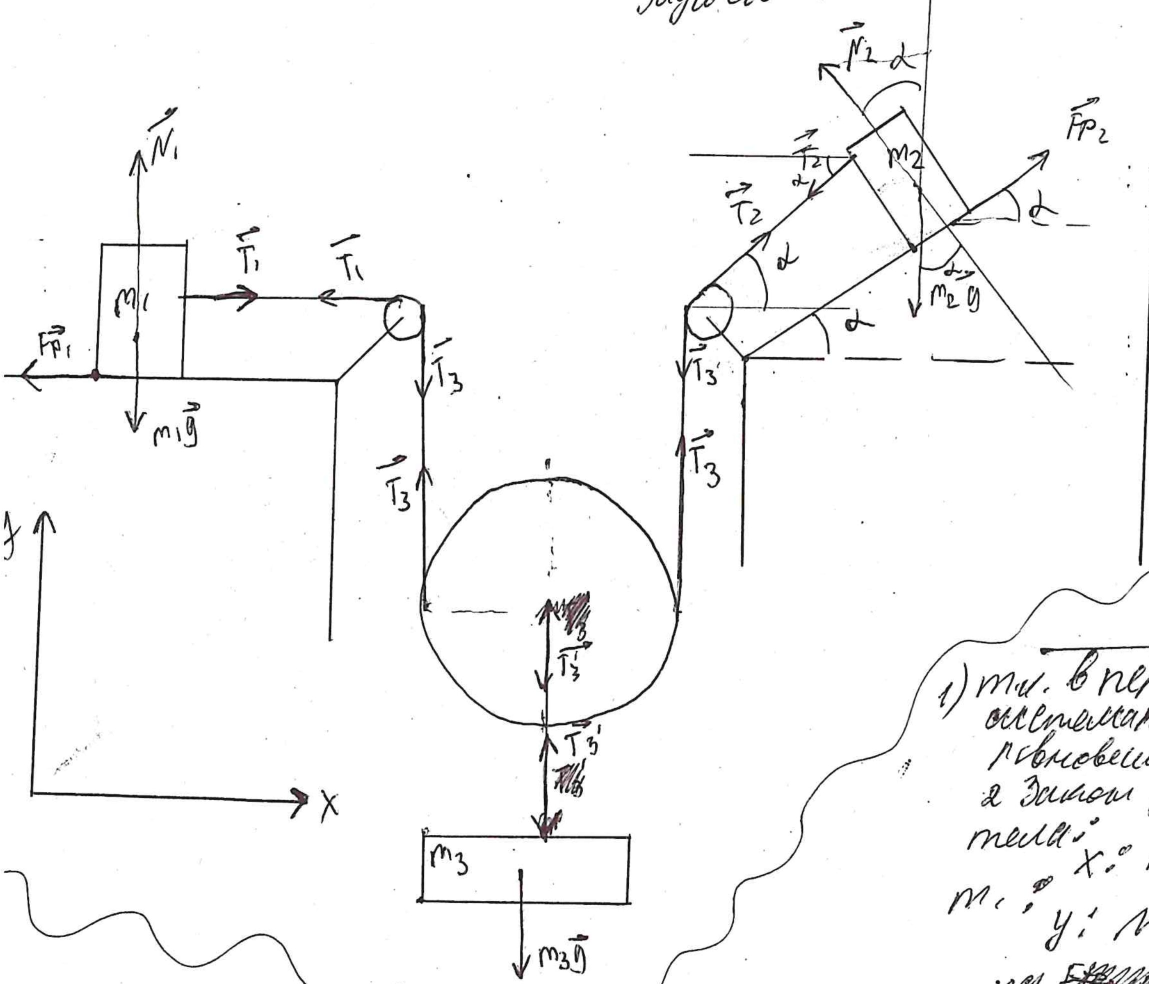
1	2	3	4	5	Σ
–	6	–	17	11	34

Шифр 08292

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
34	14.03	Абрамишвили (?)	[signature]

Задача 2.



Дано:

m_1 m_2 m_3

α

Найти:

μ, a_1 a_2 a_3

1) т.к. в первом случае система покоится, находится в равновесии, то запишем 2 Закон Ньютона для каждого тела:

$$m_1: \begin{cases} x: F_{тр_1} = T_1 \\ y: N_1 = m_1 g \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} F_{тр_1} = N_1\mu \\ \boxed{T_1 = \mu m_1 g} \end{cases}$$

~~m_2: x: $F_{тр_2}\cos\alpha = N_2\sin\alpha$~~

~~y: $m_2 g = N_2\cos\alpha$~~

$$m_2: \begin{cases} x: F_{тр_2}\cos\alpha = N_2\sin\alpha + T_2\cos\alpha \\ y: N_2\cos\alpha + F_{тр_2}\sin\alpha = m_2 g + T_2\sin\alpha \end{cases}$$

$F_{тр_2} = \mu N_2$

$$\begin{cases} \mu N_2\cos\alpha = N_2\sin\alpha + T_2\cos\alpha \\ N_2\cos\alpha + \mu N_2\sin\alpha = m_2 g + T_2\sin\alpha \end{cases}$$

$$\begin{cases} \mu N_2\cos\alpha - N_2\sin\alpha = T_2\cos\alpha \\ N_2\cos\alpha + \mu N_2\sin\alpha = m_2 g + T_2\sin\alpha \end{cases}$$

$$\begin{cases} N_2(\mu\cos\alpha - \sin\alpha) = T_2\cos\alpha \\ N_2(\cos\alpha + \mu\sin\alpha) = m_2 g + T_2\sin\alpha \end{cases}$$

– поделим друг на друга

$$\frac{N_2(\mu\cos\alpha - \sin\alpha)}{N_2(\cos\alpha + \mu\sin\alpha)} = \frac{T_2\cos\alpha}{m_2 g + T_2\sin\alpha} \Rightarrow$$

$$(m_2 g + T_2\sin\alpha)(\mu\cos\alpha - \sin\alpha) = T_2\cos\alpha(\cos\alpha + \mu\sin\alpha) \Rightarrow$$

$$m_2 g\mu\cos\alpha - m_2 g\sin\alpha + \cancel{T_2\sin\alpha\,\mu\cos\alpha} - T_2\sin^2\alpha = T_2\cos^2\alpha + \cancel{T_2\mu\cos\alpha\sin\alpha} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m_2 g\mu\cos\alpha - m_2 g\sin\alpha = T_2\cos^2\alpha + T_2\sin^2\alpha$$

$$m_2 g(\mu\cos\alpha - \sin\alpha) = T_2(\cos^2\alpha + \sin^2\alpha) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{T_2 = m_2 g(\mu\cos\alpha - \sin\alpha)}$$

Место для скобы

Задача 2.

Шифр 08292

Для 3 тела:

y: $T_3' = m_3 g \Rightarrow$

K_1 18

$2T_3 = m_3 g$

$\boxed{T_3 = \frac{m_3 g}{2}}$

K_2 18

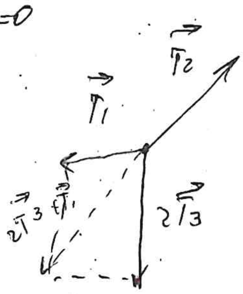
Но: т.к. веревка нерастяжима, то $T_3' = 2T_3$

т.к. система находится в равновесии, то сумма всех внешних сил на систему $= 0$.

$\vec{F}_{тр1} + m_1\vec{g} + \vec{N}_1 + \vec{T}_1 + \vec{T}_1 + \vec{T}_3 + \vec{T}_3 + \vec{T}_3 + \vec{T}_3 + \vec{T}_3' + \vec{T}_3' + \cancel{m_3 g}$
$+ \vec{F}_{тр2} + \vec{N}_2 + m_2\vec{g} + \vec{T}_2 + \vec{T}_2 = 0$

многие силы равны друг другу $\Rightarrow$

$\vec{T}_1 + 2\vec{T}_3 + \vec{T}_2 = 0$



$\Rightarrow \sqrt{T_1^2 + (2T_3)^2} = T_2$

по теореме Пифагора.

т.к. $T_1 = \mu m_1 g$

$T_2 = m_2 g\,(\mu\cos\alpha - \sin\alpha)$

$T_3 = \frac{m_3 g}{2}$, то:

$\sqrt{(\mu m_1 g)^2 + \left(\frac{2\cdot m_3 g}{2}\right)^2} = m_2 g\,(\mu\cos\alpha - \sin\alpha)$

$\sqrt{\mu^2 m_1^2 g^2 + m_3^2 g^2} = m_2 g\,(\mu\cos\alpha - \sin\alpha)$

$\cancel{g}\left(\sqrt{\mu^2 m_1^2 + m_3^2}\right) = m_2 \cancel{g}(\mu\cos\alpha - \sin\alpha)$

возведем в квадрат:

$\cancel{\mu^2 + m_1^2 + m_3^2 = m_2^2(\mu\cos\alpha - \sin\alpha)^2}$

$\cancel{\mu^2 + m_1^2 + m_3^2 - m_2^2(\mu^2\cos^2\alpha - 2\sin\alpha\,\mu\cos\alpha + \sin^2\alpha) = 0}$

$\cancel{\mu^2 + m_1^2 + m_3^2 - m_2^2\mu^2\cos^2\alpha - m_2^2\sin^2\alpha + \mu\sin 2\alpha}$

$\cancel{\mu^2 + \mu^2\cos^2\alpha + \mu\sin 2\alpha = m_2^2\sin^2\alpha - m_1^2 + m_3^2}$

$\cancel{\mu(\mu + \mu\cos^2\alpha + \sin\alpha) = m_2^2\sin^2\alpha - m_1^2 - m_3^2}$

$\mu^2 m_1^2 + m_3^2 = m_2^2(\mu\cos\alpha - \sin\alpha)^2$

$\mu^2 m_1^2 + \cancel{m_1^2} + m_3^2 = m_2^2(\mu^2\cos^2\alpha - 2\mu\sin\alpha\cos\alpha + \sin^2\alpha)$

$\mu^2 m_1^2 + m_3^2 - m_2^2\mu^2\cos^2\alpha + 2m_2^2\mu\sin\alpha\cos\alpha - m_2^2\sin^2\alpha = 0$

$\mu^2 m_1^2 - m_2^2\mu^2\cos^2\alpha + \mu\sin 2\alpha\, m_2^2 = m_2^2\sin^2\alpha - m_3^2$

$\mu^2\underbrace{(m_1^2 - m_2^2\cos^2\alpha)}_{a} + \mu\underbrace{2\sin\alpha\cos\alpha\, m_2^2}_{b}\underbrace{-(m_2^2\sin^2\alpha + m_3^2)}_{c} = 0$

если $a = m_1^2 - m_2^2\cos^2\alpha$

$b = 2\sin\alpha\cos\alpha\, m_2^2$

$c = -m_2^2\sin^2\alpha + m_3^2$, то:

$a\mu^2 + b\mu + c = 0$

$D = b^2 - 4ac$

$D = 4\sin^2\alpha\cos^2\alpha\, m_2^4 - 4\underbrace{(m_1^2 - m_2^2\cos^2\alpha)(m_3^2 - m_2^2\sin^2\alpha)}_{m_1^2 m_3^2 - m_1^2 m_2^2\sin^2\alpha - m_2^2 m_3^2\cos^2\alpha + m_2^4\cos^2\alpha\sin^2\alpha}$

$D = 4\cancel{\sin^2\alpha\cos^2\alpha\, m_2^4} - \cancel{4m_2^4\cos^2\alpha\sin^2\alpha} + m_1^2 m_2^2\sin^2\alpha + m_2^2 m_3^2\cos^2\alpha - m_1^2 m_3^2$

$D = m_1^2 m_2^2\sin^2\alpha + m_2^2 m_3^2\cos^2\alpha - m_1^2 m_3^2$

$\boxed{m_2^2(m_1^2\sin^2\alpha + m_3^2\cos^2\alpha) - m_1^2 m_3^2}$

$\mu_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} = \frac{\sqrt{m_2^2(m_1^2\sin^2\alpha + m_3^2\cos^2\alpha) - m_1^2 m_3^2} - 2\sin\alpha\cos\alpha\, m_2^2}{2(m_1^2 - m_2^2\cos^2\alpha)}$

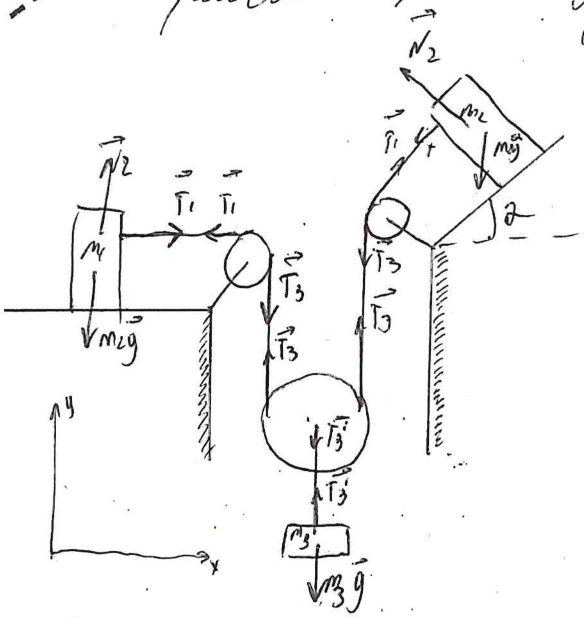
Место для скобы

Задача 2.

Шифр 08292

рассмотрим случай, когда $\mu = 0$:

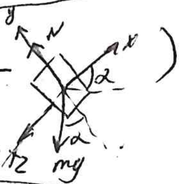
(все силы не совпадают с силами в предыдущей ситуации, потому я их обозначил под такими же индексами)



запишем 2 закон для тел:

$m_3: m a_3 = m_3 g - T_3'$

$m_1: m_1 a_1 = T_1$

m_2: (оси — )

$! \vec{T_3'} = 2\vec{T_3}$

$K_{6,7,8,9}$ 4б

$m_2: N_2 = m_2 g \cos\alpha$

$m_2 a_2 = T_2 + m_2 g \sin\alpha$

~~Ускорение системы тел будет [illegible] из~~
~~ускорение системы будут направлены (и создает ускорение в тело m_3 и телом m_2 потому, тело m_1 движется за счет 3х 2 тела.~~

~~$T_1 = T_3$~~

~~$T_3 = T_2 + mg$~~

~~$ma = T_1$~~

~~$m_2 a = T_2 + m_2 g \sin\alpha$~~

~~$m a_3 = m_3 g - T_3$~~

~~ускорение 3 тела $= \frac{m_2 g \cos\alpha + m_3 g}{m_3}$~~

тело m_1 будет двигаться за счет тел m_2 и m_3 $\Rightarrow$
ускорение у них будут одинаковые a_1, т.к. тела связаны
~~ускорения у всех трех тел~~
общее ускорение [illegible] — [illegible] все [illegible].
Силы, которые ускоряют систему — $\vec{T_1} + \vec{T_2} + 2\vec{T_3}$

Ответ: $\mu = \frac{\sqrt{D} - b}{2a}$, где $D = m_2^2(m_1^2 \sin^2\alpha + m_3^2 \cos^2\alpha) - m_1^2 m_3^2$

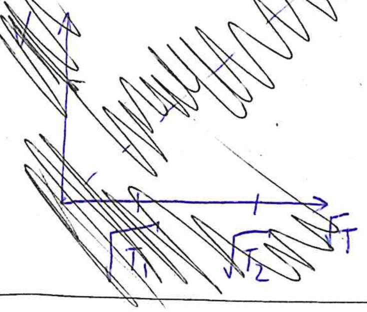
$m_1^2 - m_2^2 \cos\alpha = a$

$2 \sin\alpha \cos\alpha\, m_2^2 = b$.

Место для скобы

Шифр 08292

~~№4.~~ ~~$V = \alpha\sqrt{T}$~~



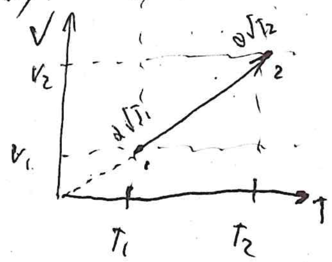
Задача 4.

введем: p_1, p_2

Дано:
T_1, T_2, ν
$V = \alpha\sqrt{T}$
…$=?$
…$=?$

Решение:

1) построим график $V(\sqrt{T})$:



начальная $T = T_1$
конечная $T = T_2$

$V_1 = \alpha\sqrt{T_1}$
$V_2 = \alpha\sqrt{T_3}$ — подставим

$\boxed{T_2 > T_1}$

Менделеева-Клапейрона для состояний 1, 2:

(1) $V_1 p_1 = \nu R T_1$
(2) $V_2 p_2 = \nu R T_2$

$\alpha\sqrt{T_1}\, p_1 = \nu R T_1$
$\alpha\sqrt{T_2}\, p_2 = \nu R T_2$

поделим: $\frac{\sqrt{T_1}\, p_1}{\sqrt{T_2}\, p_2} = \frac{T_1}{T_2} \Rightarrow$

$\frac{T_1 \cdot \sqrt{T_2}}{T_2 \cdot \sqrt{T_1}} = \frac{p_1}{p_2}$

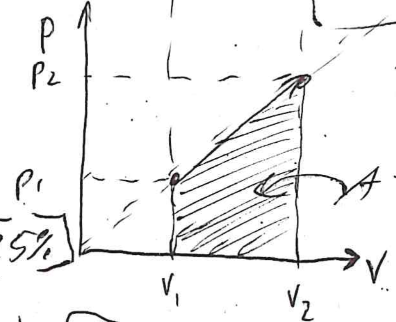
$\frac{p_1}{p_2} = \sqrt{\frac{T_1}{T_2}}$

$p_1 = \sqrt{\frac{T_1}{T_2}}\, p_2.$

2) по I началу термодинамики:

$Q = \Delta U + A_{газа}$

$Q = \frac{3}{2}$ (из одноатомный) $\nu R (T_2 - T_1) + A_{газа}$ — площадь под графиком $p(V)$



$Q = \frac{3}{2}\nu R(T_2 - T_1) + \frac{\nu R(T_2 - T_1)}{2} =$

$= \boxed{2\nu R(T_2 - T_1)}$

$\eta = \frac{A}{Q} = \frac{\nu R(T_2 - T_1)}{2 \cdot (2\nu R(T_2 - T_1))} = \frac{1}{4} = \boxed{25\%}$

$A = S$ трапеции:

$\frac{p_1 + p_2}{2} \cdot (V_2 - V_1) =$

$= \frac{p_1 + p_1\sqrt{\frac{T_2}{T_1}}}{2} \cdot (\alpha\sqrt{T_2} - \alpha\sqrt{T_1}) =$

$p_2 = p_1\sqrt{\frac{T_2}{T_1}} \Rightarrow p_2 > p_1$

$= \frac{p_1\left(1 + \frac{\sqrt{T_2}}{\sqrt{T_1}}\right) \cdot \alpha(\sqrt{T_2} - \sqrt{T_1})}{2} =$

$= \frac{p_1(\sqrt{T_1} + \sqrt{T_2}) \cdot \alpha(\sqrt{T_2} - \sqrt{T_1})}{\sqrt{T_1} \cdot 2} =$

$= \boxed{\frac{p_1 \alpha (T_2 - T_1)}{\sqrt{T_1} \cdot 2}} = A.$

~~подставим~~

$V_1 p_1 = \nu R T_1 \Rightarrow$

$p_1 = \frac{\nu R T_1}{\alpha\sqrt{T_1}} = \frac{\nu R\sqrt{T_1}}{\alpha} \Rightarrow$

$A = \frac{\nu R\sqrt{T_1} \cdot \alpha (T_2 - T_1)}{\alpha \cdot 2\sqrt{T_1}} = \boxed{\frac{\nu R(T_2 - T_1)}{2}}$

$C_{мол} = \frac{Q}{\nu\Delta T} = \frac{Q}{\nu(T_2 - T_1)} = \frac{2\nu R(T_2 - T_1)}{\nu(T_2 - T_1)} = \boxed{2R}$

молярная теплоемкость $(2R)$ — остается постоянной, т.к. зависит только от универс. газовой постоянной R.

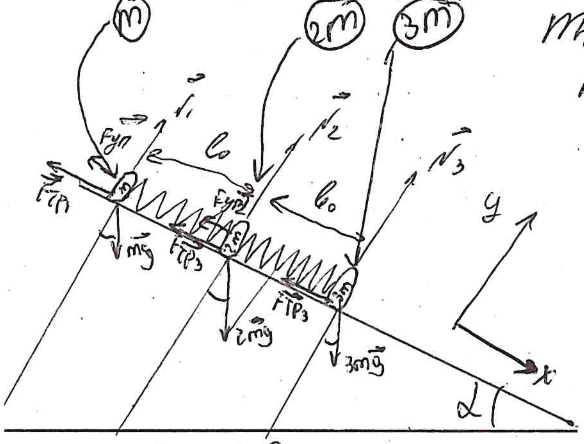
Ответ: $2\nu R(T_2 - T_1)$; 25%; да.

K 7 X

№5.

Очевидно, что чтобы расстояние, на которое бы деформировалась пружина было как можно меньше, нужно чтобы меньше ~~...~~ сила и т.к. ~~на пружины~~ с пружинами взаимодействует сила тяжести грузов, учитывая невесомость пружин и того, что они не касаются наклонной поверхности, можно сказать, что для меньшего сжатия нужно тела расположить так, как показано:

К4 1б



также в задаче сказано: „при небольших грузах" ⇒ их длинами можно пренебречь ⇒ Начальное расстояние $= 2l_0$.

После этого, запишем 2 закон для всех тел:
(если ~~пружины~~ пружины сжались на Δx_1 и Δx_2)

$\mu = 2\,tg\alpha$; m_1, m_2, m_3, l_0, k – известно

m_1: y: $N_1 = mg\cos\alpha$

x: $mg\sin\alpha = F_{тр_1} + F_{уп}$, $F_{тр_1} \to \mu N_1$, $F_{уп} \to k\Delta x_1$

К 5,6,7,8 4б

$$mg\sin\alpha = \mu mg\cos\alpha + k\Delta x_1 \Rightarrow$$

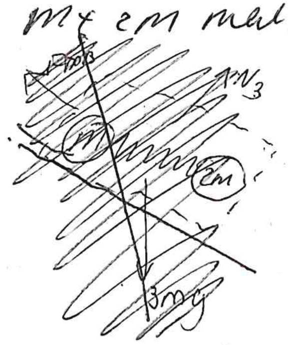
$$\Delta x_1 = \left|\frac{mg\sin\alpha - \mu mg\cos\alpha}{k}\right|$$ К7 3б

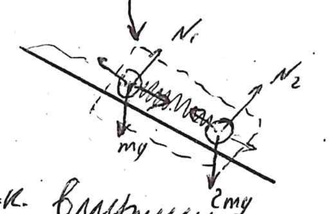
$$\Delta x_1 = \left|\frac{mg(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)}{k}\right|$$ К2,3 3б

$$\Delta x_1 = \left|\frac{mg\left(\sin\alpha - \frac{2\sin\alpha\cos\alpha}{\cos\alpha}\right)}{k}\right|$$

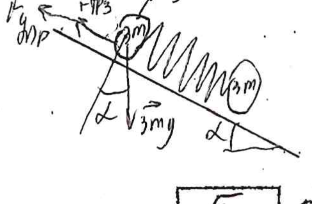
$$\Delta x_1 = \left|\frac{-mg\sin\alpha}{k}\right|$$ очевидно, что пружина сожмется.

теперь, рассмотрим систему.
~~m_1+m_2~~ $m + 2m$ тел:





т.к. внутренние внутр силы компенсируют друг друга, то эту систему можем представить как одно тело:



2 закон Ньютона:

$N_3 = 3mg\cos\alpha$

$F_{тр_3} + F_{упр_3} = mg\sin\alpha$, $F_{тр_3} \to \mu N_3$, $F_{упр_3} \to k\Delta x_2$ ⇒

$3\mu mg\cos\alpha + k\Delta x_2 = mg\sin\alpha \Rightarrow$

$$\Delta x_2 = \left|\frac{mg\sin\alpha - 3mg\cos\alpha\,\mu}{k}\right|$$

$$\Delta x_2 = \left|\frac{mg(\sin\alpha - 3\cos\alpha \cdot tg\alpha \cdot 2)}{k}\right|$$

$$\Delta x_2 = \left|\frac{-5mg\sin\alpha}{k}\right|$$

есто для
скобы

Шифр

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри

Задача 5.

Мы нашли Δx_1, Δx_2 $\Rightarrow$
наибольшее расстояние $L = 2l_0 - (\Delta x_1 + \Delta x_2) = 2l_0 - \frac{6mg\sin\alpha}{k}$
Ответ: $2l_0 - \frac{6mg\sin\alpha}{k}$