

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
578		Червинская АС Жер	
Шифр			20715

№1.

допустим, что оба легкоатлета начинают бег с нулевой скорости. Тогда, пусть ускорение Антошки - a_1 , Бориса - a_2 . Пусть, в 1, 2 и 3 промежуток времени Антошка пробежал t_1, t_2, t_3 соответственно времени:

A). $\int \frac{s}{3} = 0 \cdot t_1 + \frac{a_1 t_1^2}{2}$ при этом, $a_1 t_1 = v \rightarrow a_1 = \frac{v}{t_1} (t_1)$
 $\int \frac{s}{3} = v t_2 (2)$ докажем, что $t_1 = t_3$:
 $\int \frac{s}{3} = v t_3 - \frac{a_2 t_3^2}{2}$ подставим (1) в (2) и (3) и приравняем:

тогда общее время = $\frac{v t_1}{2} = v t_3 - \frac{v t_3^2}{2 t_1} \cdot 2 t_1$
 $= t_1 + t_2 + t_3 = 2 t_1 + t_2$ $v t_1^2 = 2 v t_1 t_3 - v t_3^2$ или $v \neq 0$, но $\div : v$:

2). $t_2 = \frac{s}{3v}$
 (0) и (1): $\frac{s}{3} = \left(\frac{v}{t_1}\right) \cdot \frac{t_1^2}{2}$
 $\frac{s}{3} = \frac{v t_1}{2} \Rightarrow t_1 = \frac{2s}{3v}$
 $2 t_1 + t_2 = \frac{s}{3v} + \frac{4s}{3v} = \left[\frac{5s}{3v}\right]$
 $t_1^2 - 2 t_1 t_3 + t_3^2 = 0$
 $(t_1 - t_3)^2 = 0 \Rightarrow t_1 = t_3$ чуж.

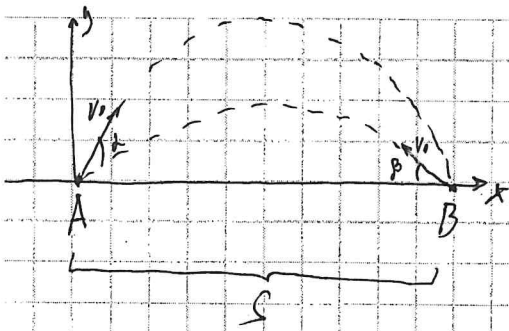
для Бориса:
 пусть, все его время: $3 t_3$, тогда:

II $S = \left(\frac{a_2 t_3^2}{2}\right) + (v t_3) + \left(v t_3 - \frac{a_2 t_3^2}{2}\right)$
 1 часть времени 2 часть времени 3 часть времени
 $S = 2 v t_3 \Rightarrow t_3 = \frac{s}{2v}$
 $3 t_3 = \frac{3s}{2v}$

III $\Delta t = 2 t_1 + t_2 - 3 t_3$
 $\frac{5s}{3v} - \frac{3s}{2v} =$
 $= \frac{10s}{6v} - \frac{9s}{6v} = \frac{s}{6v} \Rightarrow$
 т.к. $\Delta t > 0$, то $\Rightarrow$ время
 Антошки больше чем $\frac{s}{6v} \Rightarrow$
 Борис будет первым.

Ответ: Борис придет первым, обогнав Антошку на $\frac{s}{6v}$.

205



№2.
пусть первый (А) выдает по углам α и β излучения
второй $\rightarrow$ по углам β . $\beta < \alpha$. $\alpha, \beta \in (0; \pi/2)$
тогда составим $x_A(t)$ и $x_B(t)$
 $y_A(t)$ и $y_B(t)$

логично, что
расстояние R
между излучателями
будет зависеть от
времени:

$$\begin{cases} x_A(t) = v_0 \cos \alpha t \\ x_B(t) = S - v_0 \cos \beta t \\ y_A(t) = v_0 \sin \alpha t - \frac{gt^2}{2} \\ y_B(t) = v_0 \sin \beta t - \frac{gt^2}{2} \end{cases}$$

$$R(t) = \sqrt{(x_B(t) - x_A(t))^2 + (y_B(t) - y_A(t))^2}$$

$$x_B(t) - x_A(t) = S - v_0 \cos \beta t - v_0 \cos \alpha t = \left[S - v_0 t (\cos \beta + \cos \alpha) \right]$$

$$y_B(t) - y_A(t) = v_0 \sin \beta t - \frac{gt^2}{2} - v_0 \sin \alpha t - \left(-\frac{gt^2}{2} \right) = \left[v_0 t (\sin \beta - \sin \alpha) \right]$$

$$R(t) = \left(\left[S - v_0 t (\cos \alpha + \cos \beta) \right]^2 + \left[v_0 t (\sin \beta - \sin \alpha) \right]^2 \right)^{\frac{1}{2}}$$

$$R(t) = \left(S^2 - 2 v_0 t S (\cos \alpha + \cos \beta) + (v_0 t)^2 (\cos^2 \alpha + 2 \cos \alpha \cos \beta + \cos^2 \beta) + (v_0 t)^2 (\sin^2 \alpha - 2 \sin \alpha \sin \beta + \sin^2 \beta) \right)^{\frac{1}{2}}$$

$$R(t) = \left(S^2 - 2 v_0 t S (\cos \alpha + \cos \beta) + (v_0 t)^2 (\cos^2 \alpha + 2 \cos \alpha \cos \beta + \cos^2 \beta + \sin^2 \alpha - 2 \sin \alpha \sin \beta + \sin^2 \beta) \right)^{\frac{1}{2}}$$

$$R(t) = \left(S^2 - 2 v_0 t S (\cos \alpha + \cos \beta) + v_0^2 t^2 (2 + 2 (\cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta)) \right)^{\frac{1}{2}}$$

Получили $R(t) \rightarrow$ парабола, минимум выг.

$$2 v_0^2 t^2 (1 + \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta) - 2 v_0 S t (\cos \alpha + \cos \beta) - S^2$$

парабола парабол. А значит, её наименьшее значение $\rightarrow$ в её вершине,
если значение на краях больше, то оно меньше функции на краях
Самый маленький, то

если $y = ax^2 + bx + c$, то $y_{\min}$ при $x = -\frac{b}{2a}$

$$y_{\min} = \frac{a(-b)^2}{4a^2} + \frac{b(-b)}{2a} + c = \frac{b^2}{4a} - \frac{b^2}{2a} + c = \left[c - \frac{b^2}{4a} \right]$$

В нашем случае

$$\begin{aligned} a &= 2 v_0^2 (1 + \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta) \\ b &= -2 v_0 S (\cos \alpha + \cos \beta) \\ c &= -S^2 \end{aligned} \Rightarrow R_{\min} = \sqrt{-S^2 - \frac{(-2 v_0 S (\cos \alpha + \cos \beta))^2}{4 (2 v_0^2 (1 + \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta))}}$$

$$R_{\min} = \sqrt{-S^2 \left(1 + \frac{(\cos \alpha + \cos \beta)^2}{2(1 + \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta)} \right)}$$

Найдём минимальное значение $1 + \frac{(\cos \alpha + \cos \beta)^2}{2(1 + \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta)}$

CM ↓

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
Шифр			

Начало:

$$\left(\frac{1 + (\cos \alpha + \cos \beta)^2}{2(1 + \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta)} \right)' = \frac{((\cos \alpha + \cos \beta)^2)' \cdot 2(1 + \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta) - ((\cos \alpha + \cos \beta)^2) \cdot 2(-\sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta)}{2(1 + \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta)^2} = 0$$

$$(\cos \alpha + \cos \beta)^2 \cdot 2(1 + \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta) = (\cos \alpha + \cos \beta)^2 (2(1 + \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta))'$$

$$\begin{aligned} & 2(1 + \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta)' = \\ &= 2((\cos \alpha \cos \beta)' - (\sin \alpha \sin \beta)') = \\ &= 2(-\sin \alpha \cos \beta + -\sin \beta \cos \alpha - (\cos \alpha \sin \beta + \cos \beta \sin \alpha)) = \\ &= 2(-\sin \alpha \cos \beta - \sin \beta \cos \alpha - \cos \alpha \sin \beta - \cos \beta \sin \alpha) = \\ &= -4(\sin \alpha \cos \beta + \sin \beta \cos \alpha) = \\ &= -4(\sin(\alpha + \beta)) \end{aligned}$$

$$(\sin \alpha + \sin \beta)(1 + \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta) = \sin(\alpha + \beta)$$

$$\begin{aligned} & \sin \alpha + \sin \alpha \cos \alpha \cos \beta - \sin^2 \alpha \sin \beta + \sin \beta + \sin \beta \cos \alpha \cos \beta - \sin^2 \beta \sin \alpha = \sin \alpha \cos \beta + \sin \beta \cos \alpha \\ & \sin \alpha + \sin \beta + \sin \alpha \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \cos \beta + \sin \beta \cos \alpha \cos \beta - \sin \beta \cos \alpha - \sin^2 \alpha \sin \beta - \sin^2 \beta \sin \alpha = 0 \\ & \sin \alpha + \sin \beta + \sin \alpha \cos \beta (\cos \alpha - 1) + \sin \beta \cos \alpha (\cos \beta - 1) - \sin^2 \alpha \sin \beta - \sin^2 \beta \sin \alpha = 0 \\ & \sin \alpha (\cos \beta (\cos \alpha - 1) + 1) + \sin \beta (\cos \alpha (\cos \beta - 1) + 1) - \sin^2 \alpha \sin \beta - \sin^2 \beta \sin \alpha = 0 \\ & \sin \alpha (\cos \beta (\cos \alpha - 1) + \cos^2 \alpha) = -\sin \alpha (\cos \beta (\cos \alpha - 1) + \cos^2 \beta) \end{aligned}$$

105

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
Шифр			

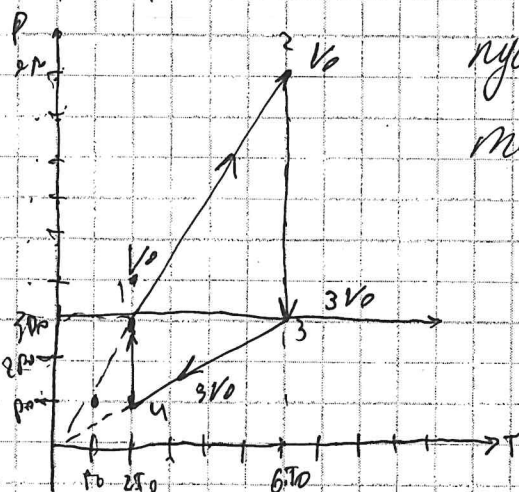
$$\eta = \left(1 - \frac{Q_{x1}}{Q_{M1}}\right) \cdot 100\%$$

№ 3

очевидно, что $1 \rightarrow 2 \rightarrow$ изотерма; $2 \rightarrow 3 \rightarrow$ адиабата
 $3 \rightarrow 4 \rightarrow$ изотерма; $4 \rightarrow 1 \rightarrow$ адиабата

$$|Q_{x1}| = |Q_{41} + Q_{34}| \quad Q_{12} = Q_{21}$$

$$Q_{M1} = Q_{12} + Q_{23}$$



пусть, в начальном состоянии $P = 3P_0$ $\Rightarrow \left[0 = \frac{2RT_0}{3P_0} = V\right]$
тогда $Q_{12} = \frac{3}{2}JR(6T_0 - 2T_0)$

$$Q_{12} = 6JR T_0$$

$$\text{Адиабата } |Q_{34}| = \left| \frac{3}{2}JR(2T_0 - 6T_0) \right| = 6JR T_0$$

т.е. $Q_{34} = -6JR T_0$

$$2P_0V_0 = PV \Rightarrow$$

$$P = 2P_0V_0 \cdot \frac{1}{V}$$

$$A_{23} = Q_{23} = \int_{V_0}^{3V_0} P dV = \int_{V_0}^{3V_0} 2P_0V_0 \frac{1}{V} dV = 7$$

$$A_{23} = 2P_0V_0 \int_{V_0}^{3V_0} \frac{1}{V} dV = 2P_0V_0 \cdot (\ln V) \Big|_{V_0}^{3V_0}$$

$$A_{23} = 2P_0V_0 \cdot (\ln 3V_0 - \ln V_0)$$

$$[A_{23} = 2P_0V_0 \cdot \ln 3] = Q_{23} \text{ т.к. адиабата}$$

$$\eta = 1 - \frac{3P_0V_0 \cdot \ln 3 + 6JR T_0}{3P_0V_0 + 6JR T_0}$$

$$\left[V_0 \cdot P_0 = \frac{2JR T_0}{3P_0} \cdot P_0 = \frac{2}{3} JR T_0 \right]$$

$$\eta = 1 - \frac{2JR T_0 \cdot \ln 3 + 6JR T_0}{6JR T_0 \cdot \ln 3 + 6JR T_0} = \frac{2 \ln 3 + 6}{6 \ln 3 + 6} = \frac{\ln 3 + 3}{3(\ln 3 + 1)} \approx 0.3489$$

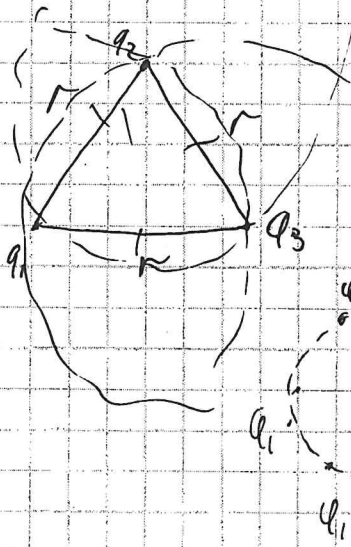
≈ 35%

Ответ: 35%

205

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
Шифр			

№4.



т.к. шары расположены в равностороннем Δ , то расстояние между ними равно. $\Rightarrow$ данные потенциалы позволяют узнать какой заряд нужно расположить, чтобы имелся на расстоянии r от каждого Δ для данной потенциал.

а значит, $q_1 = \frac{q_1 r}{k}$ $F_1 = F_{12} + F_{13}$

$q_2 = \frac{q_2 r}{k}$ $F_{12} = \frac{q_1 q_2}{k}$

$q_3 = \frac{q_3 r}{k}$ $F_{13} = \frac{q_1 q_3}{k}$

$F_1 = \frac{q_1 (q_2 + q_3)}{k}$

Ищем: $\frac{q_1 (q_2 + q_3)}{k}$ — постоянная Кулона

Т

№5.

$\eta = 10\%$

шар висит в воздухе за счет действия силы Архимеда.

$\rho_{\text{ж}} g V = \rho_{\text{арг}} g V$

$\rho_{\text{ж}} = \rho_{\text{атм.}}$

