

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
18		Корсаков	И
Шифр			042034

N 2

$$P_{(x)} = x^6 + x^5 - 4x^4 + x^2 - x + 506 = x^2(x^4 + x^3 - 4x^2 + 1) - x + 506$$

$$Q_{(x)} = x^4 + x^3 - 4x^2 + 1$$

$$\Rightarrow P_{(x)} = x^2 Q_{(x)} - x + 506$$

гос-во.

Т.к. x_1, x_2, x_3, x_4 - корни $Q_{(x)} \Rightarrow Q_{(x_1)} = 0 \quad Q_{(x_3)} = 0$
 $Q_{(x_2)} = 0 \quad Q_{(x_4)} = 0$

Значит $P_{(x_1)} = -x_1 + 506$
 $P_{(x_2)} = -x_2 + 506$
 $P_{(x_3)} = -x_3 + 506$
 $P_{(x_4)} = -x_4 + 506$

1	2	3	4	5	Σ
5	5	5	0	3	18

И

$$P_{(x_1)} + P_{(x_2)} + P_{(x_3)} + P_{(x_4)} = -(x_1 + x_2 + x_3 + x_4) + 2024$$

Т.к. x_1, x_2, x_3, x_4 - корни $Q_{(x)}$, значит выражение можно представить

$$x^4 + x^3 - 4x^2 + 1 = (x - x_1)(x - x_2)(x - x_3)(x - x_4) =$$

$$= (x^2 - (x_1 + x_2)x + x_1x_2)(x^2 - (x_3 + x_4)x + x_3x_4) = x^4 - (x_1 + x_2 + x_3 + x_4)x^3 + (x_1x_2 + x_1x_3 + x_1x_4 + x_2x_3 + x_2x_4 + x_3x_4)x^2 - (x_1x_2x_3 + x_1x_2x_4 + x_1x_3x_4 + x_2x_3x_4)x + (x_1x_2x_3x_4)$$

Коэффициенты должны быть равными, значит $1 = -(x_1 + x_2 + x_3 + x_4)$
 $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = -1$

$$P_{(x_1)} + P_{(x_2)} + P_{(x_3)} + P_{(x_4)} = -(-1) + 2024 = 2025$$

Ответ: 2025

X

№ 1
Чтобы найти минимальное значение выражения, найдем точки экстремума. Для этого найдем производные относительно ~~каждой~~ a, b, c и составим с-му уравнений

$$\begin{cases} f'_a = 2(4+a-b) - 2(9+c-a) = 0 \\ f'_b = -2(9+4-b) + 2(2+b-c) = 0 \\ f'_c = -2(2+b-c) + 2(9+c-a) = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4+2a-2b-18-2c+2a=0 \\ -14-2a+2b+4+2b-2c=0 \quad | :2 \\ -4-2b+2c+18+2c-2a=0 \quad | :2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2a-b-c-2=0 \\ -a+2b+c-5=0 \quad | \cdot 2 \\ -a-b+c+4=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2a-b-c=2 \quad (1) \\ -2a+4b-2c=10 \quad (2) \\ -a-b+c=-4 \quad (3) \end{cases}$$

Сложим (1) и (2), получим
 $3b-3c=12$
 $b-c=4$

Подставим полученное значение b в (3)
 $-a-(b-c)+c=-4$

$$c-a=-3$$

Подставим полученное значение b в (1)
 $(a-c)+a-b=2$
 $a-b=-1$

Задайте мне
 мик?
 где?

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
Шифр			

Значит представим выражение с ненулевыми зна-
чениями $(4-1)^2 + (2+9)^2 + (9-3)^2 = 3 \cdot 6^2 = 108$

Ответ: 108

✓3

$$x^2 - 6\sqrt{x^2+1} + 11 - \cos \frac{x^2 + \sqrt{2}x - 4}{18} = 0$$

$$x^2 - 6\sqrt{x^2+1} + 11 = \cos \frac{x^2 + \sqrt{2}x - 4}{18}$$

Рассмотрим отдельно левую и правую часть

$$x^2 - 6\sqrt{x^2+1} + 11 = x^2 + 1 - 1 - 6\sqrt{x^2+1} + 11$$

Пусть $\sqrt{x^2+1} = t$

$$t^2 - 6t + 10$$

Найдем НРТР

$$t^2 - 6t + 10 = 0$$

$$D = 36 - 4 \cdot 10 < 0 \Rightarrow x > 0 \text{ при } x \in \mathbb{R}$$

Найдем вершину

$$x_0 = \frac{6}{2} = 3 \Rightarrow f_{(3)} = 9 - 18 + 10 = 1 \Rightarrow f_{(4)} \neq 1$$

Значит левая часть уравнения ≥ 1

$$\text{Рассмотрим } \cos \frac{x^2 + \sqrt{2}x - 4}{18}$$

$$\cos \leq 1$$

$$\cos \frac{x^2 + \sqrt{2}x - 4}{18} \leq 1$$

Левая часть ≥ 1 | $\Rightarrow$ Левая и Правая часть = 1

Правая часть ≤ 1

$$t^2 - 6t + 10 = 1$$

$$t^2 - 6t + 9 = 0$$

$$t = 3$$

$$\sqrt{x^2+1} = 3 \quad x^2+1=9 \quad x = \pm\sqrt{8}$$

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
Шифр			

$$\cos^2 \frac{x^2 + \sqrt{2}x - 4}{18} = 1$$

$$\frac{x^2 + \sqrt{2}x - 4}{18} = 0 \quad | \cdot 18$$

$$x^2 + \sqrt{2}x - 4 = 0$$

нефиг. $\varphi - 2$

По теор. Виета:

$$x = \sqrt{2}$$

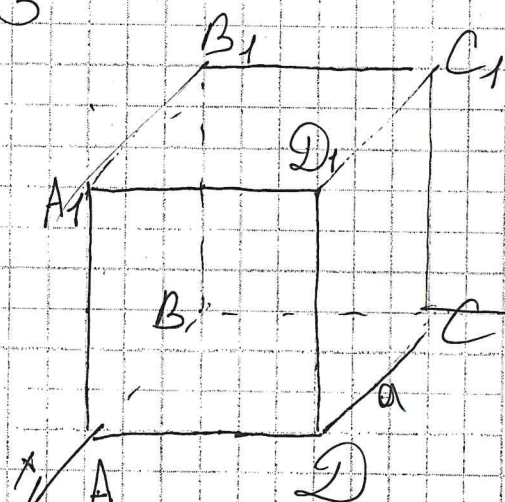
$$x = -2\sqrt{2} = -\sqrt{8}$$

Ответ: $-\sqrt{8}$

$\Rightarrow -\sqrt{8}$ подходит, т.к. общий корень

~~X~~

N5



Введем с-м координат.
Пусть сторона куба = a

$\perp \perp A_1C_1 \Rightarrow A_1C_1$ - вектор нор-

мал к Δ

$$\vec{A_1C_1} \in \{-a; a; 0\}$$

$B \parallel \vec{CD_1} \Rightarrow B \perp \vec{AD} \Rightarrow \vec{AD}$ - вектор
нормал к B Нет.

$$\vec{AD} \in \{0; a; 0\}$$

$$\cos \angle \vec{AD} \vec{A_1C_1} = \frac{|\vec{AD} \cdot \vec{A_1C_1}|}{|\vec{AD}| \cdot |\vec{A_1C_1}|} = \frac{a^2}{\sqrt{2}a^2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\Rightarrow \angle \vec{AD} \vec{A_1C_1} = 45^\circ$$

Ответ: 45°

~~X~~