

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
165	20.03.25	Бесергина	
Шифр			918401

$$2. \quad P(x) = x^6 + x^5 - 4x^4 + x^2 - x + 506$$

$$Q(x) = x^4 + x^3 - 4x^2 + 1$$

$$P(x_1) + P(x_2) + P(x_3) + P(x_4) = ?$$

x_1, x_2, x_3, x_4 — корни

$Q(x)$

$$P(x) = x^2(x^4 + x^3 - 4x^2 + 1) - x + 506$$

$$P(x) = x^2 \cdot Q(x) - x + 506$$

Но x_1, x_2, x_3, x_4 — корни $Q(x) \Rightarrow$

при этих x $Q(x) = 0$, т.е.:

$$P(x_1) = x_1^2 \cdot 0 - x_1 + 506 = 506 - x_1; \quad P(x_3) = x_3^2 \cdot 0 - x_3 + 506 = 506 - x_3$$

$$P(x_2) = x_2^2 \cdot 0 - x_2 + 506 = 506 - x_2; \quad P(x_4) = x_4^2 \cdot 0 - x_4 + 506 = 506 - x_4$$

$$M = P(x_1) + P(x_2) + P(x_3) + P(x_4) = 506 \cdot 4 - (x_1 + x_2 + x_3 + x_4)$$

При разложении $Q(x)$ на множители, получаем:

$$\text{Из свойств многочлена, } Q(x) = (x - x_1)(x - x_2) \cdot$$

$$(x - x_3)(x - x_4)$$

при умножении $(x - x_1)(x - x_2)(x - x_3)(x - x_4)$ группа на группу, получается, что коэффициент при x^3 равен $(x_1 + x_2 + x_3 + x_4) \cdot (-1)$

$$Q(x) = x^4 + x^3 - 4x^2 + 1 \quad \text{коэффициент при } x^3 \text{ — } 1, \quad \checkmark$$

$$\text{т.е. } x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 1 \cdot (-1) = -1$$

$$M = 506 \cdot 4 + 1 = 2024 + 1 = 2025$$

$$\text{Ответ: } P(x_1) + P(x_2) + P(x_3) + P(x_4) = 2025 \quad \checkmark$$

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
Шифр			918401

$$3. \quad x^2 - 6\sqrt{x^2 + 1} + 11 - \cos\left(\frac{x^2 + \sqrt{2}x - 4}{18}\right) = 0$$

$$(x^2 + 1) - 6\sqrt{x^2 + 1} + 10 = \cos\left(\frac{x^2 + \sqrt{2}x - 4}{18}\right)$$

$$\sqrt{x^2 + 1} = m$$

$$m > 0$$

$$f(m) = m^2 - 6m + 10$$

$D = 36 - 40 = -4$, $D < 0 \Rightarrow f(m)$ не имеет
пересечений с осью m .

$f(m) = m^2 - 6m + 10$ — график функции — парабола.

Ветви параболы направлены вверх $\Rightarrow$
парабола находится над осью m .

$g(x) = \cos\left(\frac{x^2 + \sqrt{2}x - 4}{18}\right)$ принимает значения в диапазоне
или $[-1; 1] \Rightarrow$

$$0 < f(m) \leq 1 \quad m^2 - 6m + 10 \leq 1 \quad m^2 - 6m + 9 \leq 0$$

$$(m - 3)^2 \leq 0 \Rightarrow m = 3 \Rightarrow$$

$f(m) \in$ области значений

$g(x)$ только при $m = 3$

$$m = \sqrt{x^2 + 1} = 3 \Rightarrow$$

$$\begin{cases} x^2 + 1 = 9 \\ x^2 + 1 > 0 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} x^2 &= 8 \\ x^2 &> -1 \end{aligned}$$

$$x_1 = 2\sqrt{2}$$

$$x_2 = -2\sqrt{2}$$

x_1, x_2 — x , при
которых

подставляем x_1 и x_2 в $g(x)$

$$g(x_1) = \cos\left(\frac{8}{18}\right) \neq x_1^2 - 6\sqrt{x_1^2 + 1} + 11$$

$$g(x_2) = 1 = x_2^2 - 6\sqrt{x_2^2 + 1} + 11 \Rightarrow x = -2\sqrt{2}$$

$$\text{Ответ: } x = -2\sqrt{2}$$

корень урав-
нения

матем. бр. 0
равнозначен
любому числу.
Равно $g(x)$

75

4. $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ — положительные числа

$$x_1^{n-1} + x_2^{n-1} + \dots + x_n^{n-1} = x_1 \cdot x_2 \cdot \dots \cdot x_n$$

$$(x_1 - n + 1)(x_2 - n + 1)(x_3 - n + 1)(x_4 - n + 1) \dots (x_n - n + 1) \geq 1 - ?$$

$$(x_1 - (n-1))(x_2 - (n-1))(x_3 - (n-1)) \dots (x_n - (n-1)) \geq 1 - ?$$

$$x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot \dots \cdot x_n - n(x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot \dots \cdot x_{n-1} + x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot \dots \cdot x_{n-2} \cdot x_n + \dots + x_2 \cdot x_3 \cdot \dots \cdot x_n) + n^2(x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot \dots \cdot x_{n-2} + x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot \dots \cdot x_{n-3} + \dots + x_2 \cdot x_3 \cdot \dots \cdot x_n) + \dots + n^n$$

Но т.к. x_1, x_2, x_3 и т.д. всевозможны (если n^2 — четное
в степени $(n-1) \Rightarrow n$ — четное. или n^2 — если
нечетное)

Т.к. n четное,

$$x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot \dots \cdot x_n + n^2(x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot \dots) + \dots + n^n \geq n(x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot \dots)$$

$$x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot \dots \cdot x_n = x_1^{n-1} + x_2^{n-1} + x_3^{n-1} + \dots + x_n^{n-1} \geq n^{n-1}(x_1 \cdot x_2 + x_1 \cdot x_3 + \dots)$$

10

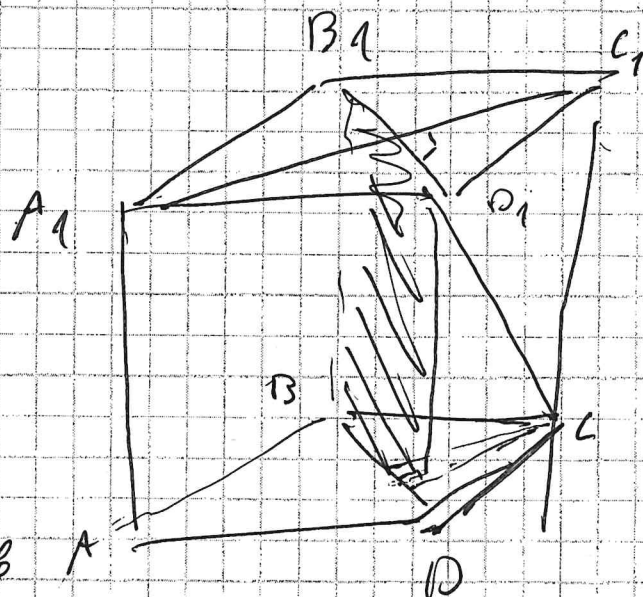
Г.

$ABCP, A_1B_1C_1D_1$ — куб

$A_1C_1 \perp \alpha$

$CP_1 \parallel B$

$\angle(\alpha; B) = ?$



из свойств A

плоскости $\alpha \perp$ прямой, любая
прямая, лежащая на плоскости $\perp$ прямой

$\alpha - B_1D_1DB$

$D_1C \parallel B \Rightarrow \angle(\alpha; B) = \angle(\alpha; CP_1)$

10