

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
158	12.03.25	Лугина Н.З.	<i>Л</i>

Шифр 025-2-21-110

$$\sqrt{1} \quad (7+a-b)^2 + (2+b-c)^2 + (9+c-a)^2$$

$$\frac{\partial E}{\partial a} = 2(7+a-b) - 2(9+c-a) = 2((7+a-b) - (9+c-a)) = 2(2a - b - c - 2) \checkmark$$

$$\frac{\partial E}{\partial b} = 2(2+b-c) - 2(7+a-b) = 2((2+b-c) - (7+a-b)) = 2(b - a - c - 5)$$

$$\frac{\partial E}{\partial c} = 2(9+c-a) - 2(2+b-c) = 2((9+c-a) - (2+b-c)) = 2(c - a - b + 7)$$

$$\begin{cases} 2a - b - c - 2 = 0 \\ b - a - c - 5 = 0 \\ c - a - b + 7 = 0 \end{cases}$$

$$b = 2a - c - 2$$

$$(2a - c - 2) - a - c - 5 = 0$$

$$2a - c - 2 - a - c - 5 = 0 \Rightarrow a - 2c - 7 = 0 \Rightarrow a = 2c + 7$$

$$b = 2(2c + 7) - c - 2 = 4c + 14 - c - 2 = 3c + 12$$

$$c - (2c + 7) - (3c + 12) + 7 = 0$$

$$c - 2c - 7 - 3c - 12 + 7 = 0 \Rightarrow -4c - 12 = 0 \Rightarrow c = -3$$

$$a = 2(-3) + 7 = 1$$

$$b = 3(-3) + 12 = 3$$

$$E(1, 3, -3) = (7+1-3)^2 + (2+3+3)^2 + (9-3-1)^2 = 5^2 + 8^2 + 5^2 = 25 + 64 + 25 =$$

114

Ответ: 114

нет исследования на совместность
на матрицу линейных уравнений

Л

$$\sqrt{2} \quad P(x) = x^6 + x^5 - 4x^4 + x^2 - x + 506$$

$$Q(x) = x^4 + x^3 - 4x^2 + 1$$

$$P(x) = Q(x) \cdot R(x) + S(x)$$

$$x = 0$$

$$P(0) = 506$$

$$Q(0) = 1$$

$$1) x = 1$$

$$P(1) = 1 + 1 - 4 + 1 - 1 + 506 = 504$$

$$Q(1) = 1 + 1 - 4 + 1 = -1$$

$$2) x = -1$$

$$P(-1) = 1 - 1 - 4 + 1 + 1 + 506 = 504$$

$$Q(-1) = 1 - 1 - 4 + 1 = -3$$

$$3) x = 2$$

$$P(2) = 64 + 32 - 64 + 4 - 2 + 506 = 540$$

$$Q(2) = 16 + 8 - 16 + 1 = 9$$

тогда образуют:

$$P(x_1) + P(x_2) + P(x_3) + P(x_4) = 4 \cdot 506 = 2024$$

ответ: ~~2024~~ 2024

частные случаи

Л

Место для
скобы

О Р М О

Открытая региональная
межвузовская олимпиада

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись

Шифр 025-2-01-110

$$\sqrt[3]{x^2 - 6\sqrt{x^2 + 1} + 11} - \cos \frac{x^2 + \sqrt{2}x - 4}{18} = 0$$

$$\sqrt{x^2 - 6\sqrt{x^2 + 1} + 11} = \cos \frac{x^2 + \sqrt{2}x - 4}{18}$$

$$y = x^2 \quad \text{неверное равенство}$$

$$y - 6\sqrt{y+1} + 11 = \cos \frac{y + \sqrt{2}\sqrt{y} - 4}{18}$$

$$f(y) = y - 6\sqrt{y+1} + 11$$

$$f'(y) = 1 - \frac{6}{2\sqrt{y+1}} = 1 - \frac{3}{\sqrt{y+1}}$$

$$f'(y) = 0$$

$$1 - \frac{3}{\sqrt{y+1}} = 0 \Rightarrow \sqrt{y+1} = 3 \Rightarrow y+1 = 9 \Rightarrow y = 8$$

$$f(8) = 8 - 6\sqrt{9} + 11 = 8 - 18 + 11 = 1$$

при $y = 0$

$$f(0) = 0 - 6\sqrt{1} + 11 = 5$$

при $y \rightarrow \infty$

$$f(y) \rightarrow \infty$$

Теперь правая часть

$$f(y) = 1 \Rightarrow y - 6\sqrt{y+1} + 11 = 1 \Rightarrow y - 6\sqrt{y+1} + 10 = 0$$

$$y - 6\sqrt{y+1} + 10 = 0$$

$$y - 10 = 6\sqrt{y+1}$$

$$(y-10)^2 = 36(y+1)$$

$$y^2 - 20y + 100 = 36y + 36$$

$$y^2 - 56y + 64 = 0$$

$$y = \frac{56 \pm \sqrt{(-56)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 64}}{2} = \frac{56 \pm \sqrt{3136 - 256}}{2} = \frac{56 \pm \sqrt{2880}}{2}$$

$$\sqrt{2880} = \sqrt{144 \cdot 20} = 12\sqrt{20} = 12\sqrt{4 \cdot 5} = 12 \cdot 2\sqrt{5} = 24\sqrt{5}$$

$$y = \frac{56 \pm 24\sqrt{5}}{2} = 28 \pm 12\sqrt{5}$$

Найдем x

$$y = x^2$$

$$x_1 = \pm \sqrt{28 + 12\sqrt{5}} \quad \text{и} \quad x_2 = \pm \sqrt{28 - 12\sqrt{5}}$$

$$\text{Ответ: } \sqrt{28 + 12\sqrt{5}}; -\sqrt{28 + 12\sqrt{5}}; \sqrt{28 - 12\sqrt{5}}; -\sqrt{28 - 12\sqrt{5}}$$

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись

Шифр 025-2-11-110

№4 $x_1^{n-1} + x_2^{n-1} + \dots + x_n^{n-1} \geq x_1 x_2 \dots x_n$, докажите неравенство: $(x_1 - n + 1)(x_2 - n + 1) \dots (x_n - n + 1) \geq 1$

Воспользуемся неравенством АМ-ГМ

$$\frac{x_1^{n-1} + x_2^{n-1} + \dots + x_n^{n-1}}{n} \geq \sqrt[n]{x_1^{n-1} x_2^{n-1} \dots x_n^{n-1}}$$

$$\frac{x_1^{n-1} + x_2^{n-1} + \dots + x_n^{n-1}}{n} \geq \sqrt[n]{x_1^{n-1} x_2^{n-1} \dots x_n^{n-1}}$$

$$\frac{x_1 x_2 \dots x_n}{n} \geq \sqrt[n]{(x_1 x_2 \dots x_n)^{n-1}} = (x_1 x_2 \dots x_n)^{\frac{n-1}{n}}$$

$$\frac{p}{n} \geq n p^{\frac{n-1}{n}} \quad | : p^{\frac{n-1}{n}}$$

$$\frac{p^{\frac{1}{n}}}{n} \geq n$$

Докажем: $(x_1 - (n-1))(x_2 - (n-1)) \dots (x_n - (n-1)) \geq 1$

$$y_i = x_i - (n-1)$$

$$x_i = y_i + (n-1)$$

$$(y_1 + (n-1))^{n-1} + (y_2 + (n-1))^{n-1} + \dots + (y_n + (n-1))^{n-1} \geq (y_1 + (n-1))(y_2 + (n-1)) \dots (y_n + (n-1))$$

Применим неравенство АМ-ГМ к $y_i + (n-1)$

$$y_1 + (n-1) + y_2 + (n-1) + \dots + y_n + (n-1) \geq \sqrt[n]{(y_1 + (n-1))(y_2 + (n-1)) \dots (y_n + (n-1))}$$

Упростим:

$$\frac{(y_1 + y_2 + \dots + y_n) + n(n-1)}{n} \geq \sqrt[n]{y_1 + (n-1)(y_2 + (n-1)) \dots (y_n + (n-1))}$$

Ответ: доказано

№5

$$\vec{d} = C - A = (1, 1, 1) - (0, 0, 1) = (1, 1, 0)$$

$$\vec{B} = 2C - A = (0, 1, 1) - (1, 1, 0) = (-1, 0, 1)$$

$$n\vec{d} = (1, 1, 0)$$

$$n\vec{B} = (0, 1, -1)$$

$$\cos \alpha = \frac{|\vec{n\vec{d}} \cdot \vec{n\vec{B}}|}{|\vec{n\vec{d}}| |\vec{n\vec{B}}|}$$

$$|\vec{n\vec{d}} \cdot \vec{n\vec{B}}| = (1, 1, 0) \cdot (0, 1, -1) = 1 \cdot 1 + 0 \cdot (-1) = 1$$

$$|\vec{n\vec{d}}| = \sqrt{1^2 + 1^2 + 0^2} = \sqrt{2}$$

$$|\vec{n\vec{B}}| = \sqrt{0^2 + 1^2 + (-1)^2} = \sqrt{2}$$

$$\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} = \frac{1}{2} \quad \alpha = \arccos \frac{1}{2} = \frac{\pi}{3} = 60^\circ$$

Ответ: наименьший угол $\alpha = 60^\circ$