

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
755		Червонская НС	Андрей
Шифр			041721

1. Дано:

S - длина дистанции

v - постоянная скорость

a - ускорения и замедления
(для двух)

Δt - ?

Решение:

Рассмотрим ~~на~~ отдельный участок движения каждого легкоатлета

Антон: 1. Ускорение: путь $\frac{S}{3}$

$$\text{Ур. пути: } \frac{S}{3} = \frac{a t_1^2}{2} \Rightarrow t_1 = \sqrt{\frac{2S}{3a}}$$

$$\text{Скорость } v_1 = a \cdot t_1 = \sqrt{\frac{2Sa}{3}}$$

2. Путь $\frac{S}{3}$

$$\text{Время } t_2 = \frac{\frac{S}{3}}{v_1}$$

$$v_1 = v = \sqrt{\frac{2Sa}{3}} \Rightarrow a = \frac{3v^2}{2S}$$

3. Замедление: Путь $\frac{S}{3}$

$$\text{Ур. пути } \frac{S}{3} = v t_3 - \frac{a t_3^2}{2}$$

$$t_3 = \frac{v}{a} = \frac{v}{\frac{3 \cdot v^2}{2S}} = \frac{2S}{3v}$$

~~Время~~ Другое время Антона

$$t_{\text{Антон}} = t_1 + t_2 + t_3 = \sqrt{\frac{2S}{3a}} + \frac{S/3}{v} + \frac{2S}{3v} = \sqrt{\frac{2S}{3a}} + \frac{S}{v}$$

$$t_A = \frac{2S}{\frac{3 \cdot (3v^2)}{2S}} + \frac{S}{v} = \sqrt{\frac{4S^2}{9v^2}} + \frac{S}{v} = \frac{2S}{3v} + \frac{S}{v} = \frac{5S}{3v}$$

Борис: 1. Ускорение Время $\frac{t}{3}$

$$\text{Путь } S_1 = \frac{a \cdot \left(\frac{t}{3}\right)^2}{2} = \frac{a t^2}{18}$$

$$\text{Скорость } v_1 = a \cdot \frac{t}{3}$$

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
Шифр			

2: Врем $\frac{t}{3}$

$$\text{пуго } S_2 = v \cdot \frac{t}{3} = \frac{v \cdot t}{3}$$

3 Врем : $\frac{t}{3}$

$$\text{пуго } S_3 = v \cdot \frac{t}{3} - a \cdot \left(\frac{t}{3}\right)^2 =$$

$$= \frac{v \cdot t}{3} - \frac{a \cdot t^2}{18}$$

Длина пути Бориса

~~пуго~~ Дуже време Бориса

$$T_{\text{доу}} = \frac{3S}{2v}$$

Гравии време

$$\frac{5S}{3v} \cdot T_{\text{доу}} = \frac{5S}{3v}$$

$$T_{\text{доу}} = \frac{3S}{2v}$$

Привесен к одуеу

$$T_A = \frac{10S}{6v}$$

$$T_B = \frac{9S}{6v}$$

$\frac{9S}{6v} < \frac{10S}{6v}$ Борис придет к финишу первым

$$\Delta t = T_{\text{доу}} - T_{\text{доу}} = \frac{10S}{6v} - \frac{9S}{6v} = \frac{S}{6v}$$

Обс: Борис придет к финишу первым
разница во времени $\Delta t = \frac{S}{6v}$

ред

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
Шифр			

4. Дано:

q_1, q_2, q_3 - заряды шариков
 $F_1 = ?$

Решение:

$$q = \frac{kq}{a} \Rightarrow q = \frac{qa}{k}$$

$$q_1 = \frac{q_1 a}{k}$$

$$q_2 = \frac{q_2 a}{k}$$

$$q_3 = \frac{q_3 a}{k}$$

$$F_{12} = k \frac{q_1 q_2}{a^2}$$

$$F_{12} = k \frac{\left(\frac{q_1 a}{k}\right) \left(\frac{q_2 a}{k}\right)}{a^2}$$

$$F_{12} = \frac{q_1 q_2}{ka}$$

$$F_{13} = k \frac{\left(\frac{q_1 a}{k}\right) \left(\frac{q_3 a}{k}\right)}{a^2}$$

$$F_{13} = \frac{q_1 q_3}{ka}$$

Все силы направлены от 1 и 3 шарика
так заряды одинакового знака
отталкиваются

Так как шарик равен по величине
направления при угле 120° .

$$F_1 = \sqrt{F_{12}^2 + F_{13}^2 + 2F_{12} F_{13} \cos 120^\circ}$$

$$F_1 = \sqrt{\left(\frac{q_1 q_2}{ka}\right)^2 + \left(\frac{q_1 q_3}{ka}\right)^2 - 2 \frac{q_1 q_2}{ka} \cdot \frac{q_1 q_3}{ka} \cdot \frac{1}{2}}$$

$$F_1 = \frac{q_1}{ka} \sqrt{q_2^2 + q_3^2 - q_2 q_3} = ?$$

165

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
Шифр			

3 Дано:

$\varphi = \cos 81^\circ$

Найти

$\eta - ?$

Решение

Рассмотрим каждый процесс

$$Q = \Delta U + A$$

1-2: Запишем урав. Клапейрона - Менделеева

$$\begin{cases} p_1 V_1 = \nu R T_1 \\ p_2 V_2 = \nu R T_2 \end{cases} \quad \nu R = \cos 81^\circ T \Rightarrow \frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2}$$

$$\text{по графику } \frac{3 p_0 V_0}{2 T_0} = \frac{9 p_0 V_1}{6 T_1}$$

$$\frac{3}{2} V_1 = 9 V_0 \Rightarrow V_1 = 3 V_0 = V_2$$

Изотермический процесс $\Rightarrow Q_{12} = \Delta U_{12} = 0$

$$\Delta U_{12} = \frac{3}{2} 6 p_0 V_0 = 9 p_0 V_0 \quad Q_{12} = 9 p_0 V_0 - \text{идет на увеличение} \Rightarrow Q_{12} = Q_{12}$$

$$2-3: \begin{cases} p_2 V_2 = \nu R T_2 \\ p_3 V_3 = \nu R T_3 \end{cases} \Rightarrow \frac{p_2 V_2}{T_2} = \frac{p_3 V_3}{T_3} \Rightarrow \frac{9 p_0 V_0}{6 T_0} = \frac{3 p_0 V_3}{T_1} \Rightarrow 9 V_0 = 3 V_3 \Rightarrow$$

$$V_3 = 3 V_0$$

$T_3 = T_2$ - изотермический процесс $\Rightarrow \Delta U = 0 \Rightarrow Q_{13} = A_{13}$

$V_3 = 3 V_0$; $V_2 = V_1$ то A положительна (газ расширяется)

$$Q_{14} = Q_{12} + Q_{23}$$

$$3-4: \begin{cases} p_3 V_3 = \nu R T_3 \\ p_4 V_4 = \nu R T_4 \end{cases} \quad \frac{p_3 V_3}{T_3} = \frac{p_4 V_4}{T_4}$$

$$\frac{3 p_0 \cdot 3 V_0}{2 T_0} = \frac{p_0 \cdot V_4}{2 T_0} \Rightarrow \frac{9 V_0}{6} = \frac{V_4}{2} \Rightarrow V_4 = 3 V_0 = V_3 \quad \text{Изотермический процесс}$$

$$Q_{34} = \Delta U_{34}; A = Q$$

$$\Delta U_{34} = \frac{3}{2} \nu R \Delta T_{34} \quad \begin{cases} p_0 \cdot 3 V_0 = \nu R T_3 \\ p_0 \cdot 3 V_0 = \nu R T_4 \end{cases} \quad |\Delta T_{34}| = 6 p_0 V_0$$

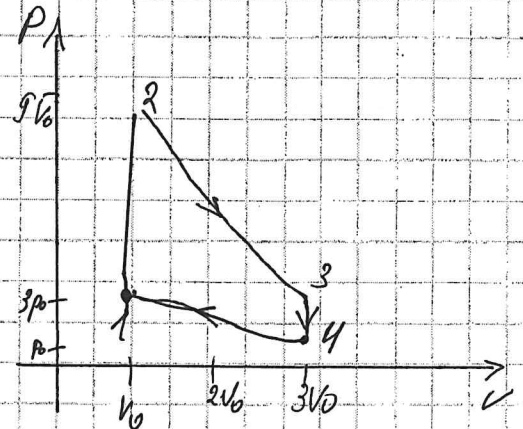
$$Q_{34} = \frac{3}{2} \cdot 6 p_0 V_0 = 9 p_0 V_0 = \text{идет на увеличение} \Rightarrow Q_{34} = Q_{34}$$

$$4-1: \begin{cases} p_4 V_4 = \nu R T_4 \\ p_1 V_1 = \nu R T_1 \end{cases} \quad V_1 = V_0 \quad V_{24} = 3 V_0 \quad T_4 = T_1 = \text{изотермический процесс} \\ \Delta U = 0$$

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
Шифр			

$$Q_{34} = A_{41} \Rightarrow U_1 = U_4 \text{ — изотермический } \Rightarrow Q_x = Q_{41} + Q_{23}$$

Примерный график в координатах PV
показывающий процесс: $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 1$



$$A_{23} = \Delta U + P_2 V_2 - P_3 V_3 = 2V_0 + P_2 V_0 - P_3 V_0$$

$$A_{41} = \Delta U - \frac{P_4 + P_1}{2} \Delta V = 2V_0 \cdot 2P_0 - 2P_0 V_0$$

$$\eta = \frac{Q_{41} - Q_{23}}{Q_{41}} \cdot 100\% = \left(1 - \frac{Q_{23}}{Q_{41}}\right) \cdot 100\%$$

$$Q_x = Q_{41} + Q_{23} = A_{41} + \Delta U_{34}$$

$$Q_{41} = Q_{12} + Q_{23} = \Delta U_{12} + A_{23}$$

$$\eta = \left(1 - \frac{A_{41} + \Delta U_{34}}{\Delta U_{12} + A_{23}}\right) \cdot 100\% = \left(1 - \frac{4P_0 V_0 + 3P_0 V_0}{9P_0 V_0 + 2P_0 V_0}\right) \cdot 100\% \approx 38\%$$

Ответ: $\eta \approx 38\%$

5. Дано: cm

Решение:

плотность сухого воздуха:

$$T = 44 + 273 = 316 \text{ K}$$

$$\rho_c = \frac{P}{R \cdot T} = \frac{100000}{287 \cdot 316} = 1,102 \text{ кг/м}^3$$

$$P_{сух1} = 0,10 \cdot 9000 = 900 \text{ Па}$$

$$P_{сух2} = 0,90 \cdot 9000 = 8100 \text{ Па}$$

плотность влажного воздуха

$$\rho_b = \frac{\rho_{сух} \cdot P_{сух}}{R \cdot T} + \frac{\rho_{в}}{R_{в} \cdot T}$$

$$\rho_{сух1} = 100000 - 900 = 99100 \text{ Па}$$

$$\rho_{в1} = \frac{99100}{287 \cdot 316} + \frac{900}{461 \cdot 316} = 1,092 + 0,006 = 1,098$$

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
Шифр			

$$\rho_{\text{сн 2}} = 100000 - 8100 = 91900 \text{ кг/м}^3$$

$$\rho_{\text{виз 2}} = \frac{91900}{287 \cdot 316} + \frac{810}{410 \cdot 316} = 1,010 + 0,0056 = 1,066 \text{ кг/м}^3$$

$$\rho_{\text{виз 1}} = \frac{P}{R \cdot g} = \frac{110000}{410 \cdot 316} = 0,842 \text{ кг/м}^3$$

$$F_{\text{из 1}} = (\rho_{\text{виз 1}} - \rho_{\text{в}}) \cdot V \cdot g = (1,098 - 0,842) \cdot 5000 \cdot 9,81 = 50764,29 \text{ Н}$$

$$F_{\text{из 2}} = (\rho_{\text{виз 2}} - \rho_{\text{в}}) \cdot V \cdot g = 1,066 - 0,842 \cdot 5000 \cdot 9,81 = 48148,99 \text{ Н}$$

$$\Delta F = F_{\text{из 1}} - F_{\text{из 2}} = 50764,29 - 48148,99 = 2615,30 \text{ Н}$$

$$m = \frac{\Delta F}{g} = \frac{2615,30}{9,81} = 266,59 \text{ кг}$$

Ответ: $m = 266,59 \text{ кг}$

125

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
Шифр			

2. Дано:

v_0 - начальная скорость
 S - расстояние

Решение
Горизонтальное

$$x_1 = v_0 \cos \alpha \cdot t$$

$x_2 = S - v_0 \cos \beta \cdot t$
координаты первого и второго камня

Вертикальное

$$y = v_0 \sin \alpha \cdot t - \frac{1}{2} g t^2 \Rightarrow y_1 = v_0 \sin \alpha \cdot t - \frac{1}{2} g t^2$$

$$y_2 = v_0 \sin \beta \cdot t - \frac{1}{2} g t^2$$

$$d^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2$$

$$d^2 = (S - v_0 \cos \beta \cdot t - v_0 \cos \alpha \cdot t)^2 + (v_0 \sin \alpha \cdot t)^2$$

$$d^2 = (S - t v_0 (\cos \alpha + \cos \beta))^2 + (t^2 v_0^2 (\sin \alpha - \sin \beta)^2)$$

$$d^2 = S^2 - 2 S t v_0 (\cos \alpha + \cos \beta) + t^2 v_0^2 (\cos \alpha + \cos \beta)^2 + t^2 v_0^2 (\sin \alpha - \sin \beta)^2$$

$$d^2 = S^2 - 2 S t v_0 (\cos \alpha + \cos \beta) + t^2 v_0^2 ((\cos \alpha + \cos \beta)^2 + (\sin \alpha - \sin \beta)^2)$$

$$\frac{d}{dt} = -2 S v_0 (\cos \alpha + \cos \beta) + 2 t v_0^2 ((\cos \alpha + \cos \beta)^2 + (\sin \alpha - \sin \beta)^2) = 0$$

$t_{\min}$

$$t_{\min} = \frac{S (\cos \alpha + \cos \beta)}{v_0 ((\cos \alpha + \cos \beta)^2 + (\sin \alpha - \sin \beta)^2)}$$

$$d^2 = S^2 - 2 S t_{\min} v_0 (\cos \alpha + \cos \beta) + t_{\min}^2 v_0^2 ((\cos \alpha + \cos \beta)^2 + (\sin \alpha - \sin \beta)^2)$$

$$t_{\min} = \frac{S (\cos \alpha + \cos \beta)}{v_0 ((\cos \alpha + \cos \beta)^2 + (\sin \alpha - \sin \beta)^2)}$$

$$-2 S t_{\min} v_0 (\cos \alpha + \cos \beta) = -2 S v_0 (\cos \alpha + \cos \beta) \cdot \frac{S (\cos \alpha + \cos \beta)}{v_0 ((\cos \alpha + \cos \beta)^2 + (\sin \alpha - \sin \beta)^2)}$$

$$\frac{2 S^2 (\cos \alpha + \cos \beta)^2}{((\cos \alpha + \cos \beta)^2 + (\sin \alpha - \sin \beta)^2)}$$

$$t_{\min} v_0^2 ((\cos \alpha + \cos \beta)^2 + (\sin \alpha - \sin \beta)^2)$$

$$\left(\frac{S (\cos \alpha + \cos \beta)}{v_0 ((\cos \alpha + \cos \beta)^2 + (\sin \alpha - \sin \beta)^2)} \right)^2 \cdot v_0^2 ((\cos \alpha + \cos \beta)^2 + (\sin \alpha - \sin \beta)^2)$$

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
Шифр			

$$S^2 \frac{(\cos \alpha + \cos \beta)^2}{(\cos \alpha + \cos \beta)^2 + (\sin \beta - \sin \alpha)^2}$$

$$d_{\min}^2 = S^2 - 2S^2 \frac{(\cos \alpha + \cos \beta)^2}{(\cos \alpha + \cos \beta)^2 + (\sin \beta - \sin \alpha)^2} + S^2 \frac{(\cos \alpha + \cos \beta)^2}{(\cos \alpha + \cos \beta)^2 + (\sin \beta - \sin \alpha)^2}$$

$$d_{\min}^2 = S^2 \left(1 - \frac{(\cos \alpha + \cos \beta)^2}{(\cos \alpha + \cos \beta)^2 + (\sin \beta - \sin \alpha)^2} \right)$$

$$d_{\min}^2 = S^2 \left(1 - \frac{(\cos \alpha + \cos \beta)^2}{(\cos \alpha + \cos \beta)^2 + (\sin \beta - \sin \alpha)^2} \right)$$

$$d_{\min}^2 = S^2 \cdot \frac{(\sin \beta - \sin \alpha)^2}{(\cos \alpha + \cos \beta)^2 + (\sin \beta - \sin \alpha)^2}$$

$$d_{\min} = S \cdot \frac{|\sin \beta - \sin \alpha|}{\sqrt{(\cos \alpha + \cos \beta)^2 + (\sin \beta - \sin \alpha)^2}}$$

$$d_{\min} = S \cdot \frac{|\sin \beta - \sin \alpha|}{\sqrt{(\cos \alpha + \cos \beta)^2 + (\sin \beta - \sin \alpha)^2}}$$

$$\text{Ответ: } d_{\min} = S \cdot \frac{|\sin \beta - \sin \alpha|}{\sqrt{(\cos \alpha + \cos \beta)^2 + (\sin \beta - \sin \alpha)^2}}$$

125