

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
65			<i>Кисел</i>

Задача 2

Дано:

$$V_1 = 8 \frac{\text{мм}}{\text{мс}}$$

$$V_2 = 10 \frac{\text{мм}}{\text{мс}}$$

$$\Delta S \geq 1 \text{ мм}$$

Найти:

а)

Решение:

1. Т.к. по условию сказано, что первый корабль первым проходит точку пересечения траектории движения кораблей, то рассмотрим 2 случая:

2. 1 случай (корабли оказались на одной вертикальной прямой)

$$x_1 = V_1 \cdot t + \frac{at^2}{2}$$

$$x_1 = 8 \text{ мм}$$

$$x_2 = V_2 \cdot t + \frac{at^2}{2}$$

$$x_2 \leq 9 \text{ мм}$$

$$\begin{cases} 8t - \frac{at^2}{2} = 8 \\ 10t - \frac{at^2}{2} \leq 9 \end{cases}$$

$$\begin{cases} at^2 = 16t - 16 \\ 20t - at^2 \leq 18 \end{cases}$$

$$20t - (16t - 16) \leq 18$$

$$20t - 16t + 16 \leq 18$$

$$4t \leq 2$$

$$t \leq 0,5 \text{ с}$$

$$t \leq 0,5 \text{ с}$$

$$t \leq 0,5 \text{ с}$$

Наименьшее ускорение будет достигаться

при наибольшем времени, т.е. $t = 0,5 \text{ с}$.

Задача 2 (продолжение)

$$at^2 = 16t - 6$$

$$a \cdot (0,5)^2 = 16 \cdot 0,5 - 6$$

$$0,25a = -8$$

$$a = -32$$

$$|a| = 32 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

3. 2 судна (корабли оказались на одной горизонтальной прямой)

$$x_1 = 0,1 + \frac{at^2}{2}$$

$$x_1 \geq 9 \text{ м}$$

$$x_2 = 0,2t + \frac{at^2}{2}$$

$$x_2 = 10 \text{ м}$$

$$8t + \frac{at^2}{2} \geq 9$$

$$10t + \frac{at^2}{2} = 10$$

$$16t + \frac{at^2}{2} \geq 18$$

$$at^2 = 20 - 20t$$

$$16t + 20 - 20t \geq 18$$

$$-4t \geq -2$$

$$t \leq 0,5$$

Наименьшее ускорение будет

достигаться при наибольшей

времени, т.е. $t = 0,5$.

$$at^2 = 20 - 20t$$

$$0,25a = 10$$

$$a = 40 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

4. Рассмотрим 2 судна,

длина пути и времени

для ускорения:

$$a_1 = 32 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

$$a_2 = 40 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

Т.к. по условию задачи

необходимо найти

минимальное постоянное

ускорение для 2-х

кораблей, то $a = 32 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$

Ответ: $32 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$

Задача 1

Дано:

Решение:

$$\Gamma_1 = 2,5$$

1. Пусть $AB = CD = y$,

$$\Gamma_2 = 6$$

$$AD = x$$

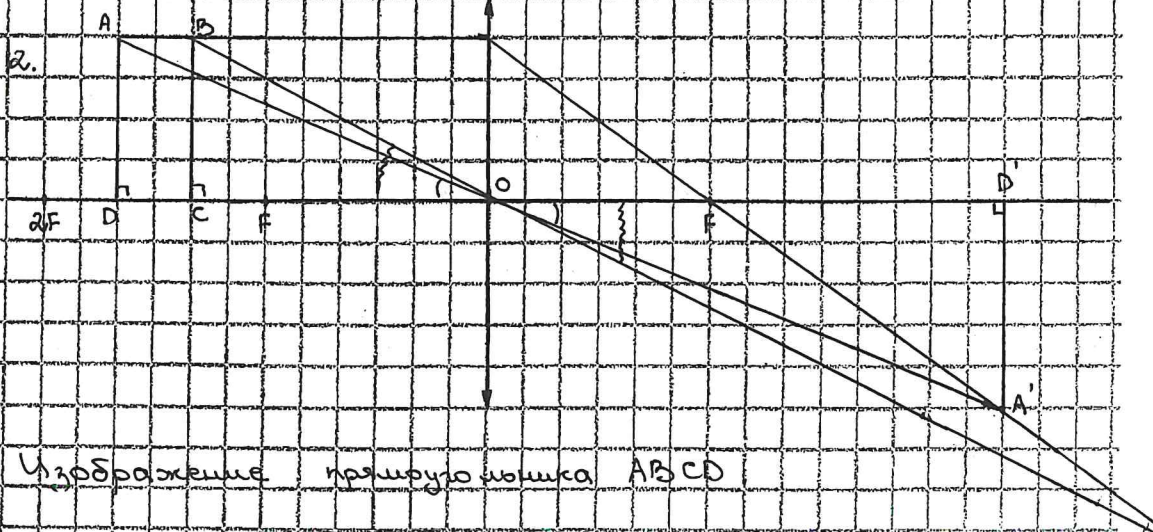
Найти:

$BC = z$, тогда $S_{ABCD} = \frac{1}{2}xy + \frac{1}{2}yz =$

$$= \frac{x+z}{2} \cdot y$$

$S_{изобр.}$

S_{ABCD}



Изображение прямоугольника ABCD

в собирающей линзе - прямоугольная трапеция A'B'C'D' (AD, BC - основания $CD \perp$ основаниям)

3. По условию:

$$A'D' = 2,5 AD = 2,5x$$

$$BC = 6 BC = 6z$$

4. $\triangle ADO \sim \triangle A'D'O$:

$$\frac{DO}{DO} = \frac{AD}{A'D'} \quad \frac{DO}{D'O} = \frac{1}{2,5} \quad D'O = 2,5 DO$$

5. $\triangle BCO \sim \triangle B'C'O$:

$$\frac{BC}{B'C'} = \frac{BO}{B'O} \quad \frac{BO}{B'O} = \frac{1}{6} \quad B'O = 6 BO$$

Задача 1 (продолжение)

6. $DO - CO = y$ $-D'O + C'O = ?$

$DO = 2,5 DO$;

$CO = 6 CO$

$$\begin{aligned} -D'O + C'O &= 6 CO - 2,5 DO = 6 CO - 2,5 (CO + y) = \\ &= 6 CO - 2,5 CO - 2,5 y = 3,5 CO - 2,5 y \end{aligned}$$

7. $S_{yz} = S_{xp}$

$$S_{yz} = \frac{AD + BC}{2} - C'D = \frac{AD + BC}{2} - C'D = \frac{2,5x + 6z}{2} - (6CO - 2,5DO)$$

$$S_{xpc} = \frac{x+z}{2} - y = \frac{x+z}{2} - (DO - CO) = \frac{2,5x + 6x}{2} - (6CO - 2,5DO)$$

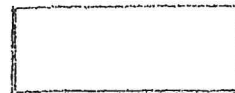
(м.к. $x=2$)

$$\frac{S_{yz}}{S_{xpc}} = \frac{\frac{2,5x + 6z}{2} - (6CO - 2,5DO)}{\frac{x+z}{2} - y} = \frac{4,25x - (-6CO + 2,5DO)}{x - y}$$

$$= 4,25 - \frac{(2,5DO - 6CO)}{DO - CO} = 4,25 \left(2,5 - \frac{3,5CO}{DO - CO} \right)$$

$$= 10,625 - \frac{3,5CO}{DO - CO}$$

105



Задача 3

Дано:

Решение:

$$m_1 = 3 \text{ кг}$$

1. 1 улик:

$$t_1 = 10^\circ \text{C}$$

алюминиевий 8русок II $\rightarrow$ I

$$m_2 = 4 \text{ кг}$$

$$C_{\text{ал}} \cdot m_{\text{ал}} \cdot (t_2 - t) = C_{\text{в}} \cdot m_{\text{в}} \cdot (t - t_1)$$

$$t_2 = 90^\circ \text{C}$$

$$900 \cdot 1 \cdot (90 - t) = 4200 \cdot 3 \cdot (t - 10)$$

$$m_{\text{ал}} = 1 \text{ кг}$$

$t \approx 15,3^\circ \text{C}$ - температура, установившаяся в

$$C_{\text{в}} = 4200 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot ^\circ \text{C}}$$

калориметре

$$C_{\text{ал}} = 900 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot ^\circ \text{C}}$$

$\Delta t \approx 5,3^\circ \text{C}$ - изменение t воды в I к.

Найти:

алюминиевий 8русок I $\rightarrow$ II

К

$$C_{\text{ал}} \cdot m_{\text{ал}} \cdot (t_{\text{ал}} + t) = C_{\text{в}} \cdot m_{\text{в}} \cdot (t_2 - t)$$

$$900 \cdot 1 \cdot (t - 15,3) = 4200 \cdot 4 \cdot (90 - t)$$

$t \approx 86,2$ - температура, установившаяся в

калориметре

$\Delta t \approx 3,8^\circ \text{C}$ - изменение t воды во II к.

2. За 1 улик разность температур воды

в калориметрах уменьшилась с 80°C до $70,9^\circ \text{C}$

3. За 2 улика температура в I к. равна 20°C

во II к. равна $82,8^\circ \text{C}$

Разность температур составила $62,8^\circ \text{C}$

4. За 3 улика температура в I к. равна $24,2^\circ \text{C}$

во II к. равна $79,8^\circ \text{C}$

Разность температур составила $55,6^\circ \text{C}$

Задача 3 (продолжение)

5. 4 цикл:

а. Брусок II → I

$$900 \cdot (79,8 - t) = 12600 \cdot (t - 24,2)$$

$$13500t = 376740$$

$$t \approx 27,9^\circ\text{C} \quad - \text{температура в I к.}$$

б. Брусок I → II

$$900 \cdot (t - 27,9) = 12600 \cdot (79,8 - t)$$

$$17700t = 1030590 \quad 1365750$$

$$t \approx 77,2^\circ\text{C}$$

Разница температур составила $49,3^\circ\text{C}$

6. 5 цикл:

Температура в I к. равна $31,2^\circ\text{C}$

в II к. равна $74,9^\circ\text{C}$

Разница температур составила $43,7^\circ\text{C}$

7. Изменение разницы температур:

$$80^\circ\text{C} \xrightarrow{-9,1} 70,9^\circ\text{C} \xrightarrow{-8,1} 62,8^\circ\text{C} \xrightarrow{-7,2} 55,6^\circ\text{C} \xrightarrow{-6,3} 49,3^\circ\text{C}$$

$$\xrightarrow{-5,6} 43,7^\circ\text{C}$$

Задача 4

Дано:

Решение:

$$x = \frac{1}{4} l$$

где l - длина
кольца

$$\rho_{\text{дв}} = \text{const}$$

$$S = \text{const}$$

Найти:

$$R_K$$

$$R_{AB}$$

1. Т.к. дуга AB горизонтального кольца равна

$$x = \frac{1}{4} l$$

и кольца имеют одинаковую длину ($l = \text{const}$),

то дуга AB вертикального кольца также

$$\text{равна } x = \frac{1}{4} l.$$

2. Пусть R - сопротивление меньшей дуги AB , тогда

$3R$ - сопротивление большей дуги AB

$4R$ - сопротивление кольца

$$R = \rho_{\text{дв}} \frac{l}{S}$$

$$\rho_{\text{дв}} = \text{const}$$

$$S = \text{const}$$

$$\Rightarrow R \sim l$$

$$3. \frac{1}{R_{AB}} = \frac{1}{R} + \frac{1}{R} + \frac{1}{3R} + \frac{1}{3R}$$

$$\frac{1}{R_{AB}} = \frac{2}{R} + \frac{2}{3R}$$

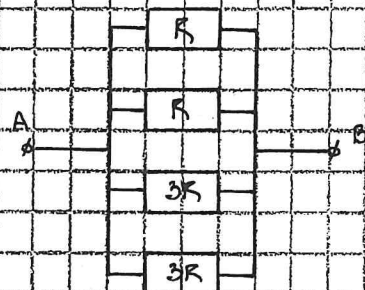
$$\frac{1}{R_{AB}} = \frac{8R}{3R^2}$$

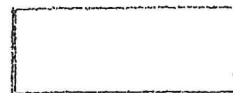
$$\frac{1}{R_{AB}} = \frac{8}{3R}$$

$$R_{AB} = \frac{3R}{8}$$

$$4. \frac{R_K}{R_{AB}} = \frac{4R}{\frac{3R}{8}} = \frac{32R}{3} = 10 \frac{2}{3} R = 10,666 \approx 10,7$$

Ответ: 10,7;





Задача 5

Дано:

Решение:

$$L = 10 \text{ см}$$

1. d_{34} - первоначальное расстояние между

$$H = 1 \text{ см}$$

3 и 4 пластинами

$$d_{12} = 2 \text{ мм}$$

$$d_{34} = H - d_{12} - l$$

$$l = 4 \text{ мм}$$

$$d_{34} = 10 - 2 - 4 = 4 \text{ мм}$$

$$\epsilon = 4$$

2. Пусть Δl - та высота, на которую поднимется

$$U = 400 \text{ В}$$

пластина в результате увеличения слоя

$$E = 20 \frac{\text{В}}{\text{мм}}$$

диэлектрика, тогда $V_d = L^2 \cdot \Delta l$

Найти:

3. Представим коробочку с пластинами в виде

V_d :

3-х последовательно соединенных конденсаторов

$$C_{12} = \frac{\epsilon_0 L^2}{d_{12}}$$

$$C_{23} = \frac{\epsilon \epsilon_0 L^2}{l}$$

$$C_{34} = \frac{\epsilon_0 L^2}{d_{34}}$$

до увеличения диэлектрич. слоя

4. После увеличения диэлектрического слоя:

$$C_{12} = \frac{\epsilon_0 L^2}{d_{12}}$$

$$C_{23} = \frac{\epsilon \epsilon_0 L^2}{(l + \Delta l)}$$

$$C_{34} = \frac{\epsilon_0 L^2}{d_{34} - \Delta l}$$

Задача 5 (продолжение)

5. При последовательном соединении конденсаторов

$$U_{\text{общ}} = U_1 + U_2 + U_3$$

$$q_{\text{общ}} = q_1 = q_2 = q_3$$

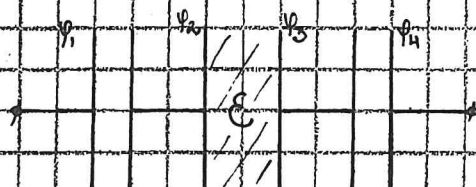
$$\frac{1}{C_{\text{общ}}} = \frac{1}{C_{12}} + \frac{1}{C_{23}} + \frac{1}{C_{34}}$$

6. $U = \varphi_1 - \varphi_4$

Напряжение на данном "конденсаторе" - разность потенциалов 1 и 4 пластины.

7. $E = k \frac{q}{r^2}$

$$E_{23} = \frac{\varphi_2 - \varphi_3}{l + \Delta l}$$



8. $\varphi_2 = -\varphi_1$

$$\varphi_3 = -\varphi_4$$

$$\varphi_2 - \varphi_3 = -\varphi_1 - (-\varphi_4) = \varphi_4 - \varphi_1$$

9. $\xrightarrow{n=1.8} E = \frac{U}{l + \Delta l}$, где $E = 20 \frac{\text{кВ}}{\text{мм}}$

$$U = 400 \text{ кВ}$$

$$l = 4 \text{ мм}$$

✓