

№2
1) $0 < x < \frac{1}{2}$; $0 < y < \frac{1}{2}$

$0 < y < \frac{1}{2} \quad | \cdot (-1)$

2) $y^2 - x^2 > y - x$
 $y^2 - x^2 \geq y - x$

$-\frac{1}{2} \leq y < 0 \quad | +1$

$(y-x)(y+x) - (y-x) \geq 0$

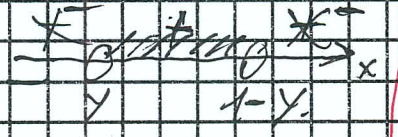
$2 < y < 2$

$(y-x)(y+x-1) \geq 0$

$1-y > y$

короткие выражения и др. слагаемые x

$x=y$ и $x=1-y$



2) $y < x < 1-y$

Доказать, что $y^3 - x^3 > y - x$

$1,7 < \sqrt{3} < 1,8 \quad | : 3$

$y^3 - y > x^3 - x$

$0 < 3 < 0,6$

$f(y) = y^3 - y$

$f'(y) = 3y^2 - 1$

$0,5 < \frac{1}{3} < 1,7$

$f(y) = y^3 - y$

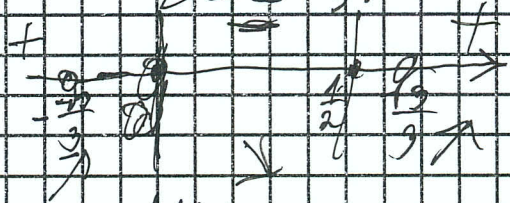
$3y^2 - 1 = 0$

$\frac{1}{3} < \frac{1}{3} < \frac{1}{3}$

$f(x) = x^3 - x$

$y = \pm \frac{1}{\sqrt{3}}$

$f(y) > f(x)$



$y < x$

$x > y$

$f'(y) - \text{ср. ариф.} \Rightarrow f(y) - f(x) \quad \forall (x, y) \in (0, 1)$

ис 2 чл. неравенства $y < x < 1-y$

$\Rightarrow x$ и y удовлетворяют $y^3 - x^3 > y - x$
что и требовалось.

№1.

Найти \min \overline{abc} , при котором \overline{abc} $\rightarrow \min$.
 $1000x + 999$, $(1000x + 999) / (x + 2) - (x + 2) / (1000x + 999)$

1) $y = (x + 2)^{-1}$, $y' = \frac{1000x + 2000 - 1000x - 999}{(x + 2)^2}$
 $y' = 0$ всегда > 0 \checkmark , $y = \frac{28001}{(x + 2)^2}$
 $\Rightarrow y \uparrow$, при $x \uparrow$ \checkmark

Итого y_{\min}

при $x_{\min} \Rightarrow a = 1$ \checkmark
 $1000x + 999$

2) $y = x + 19$, $y' = (x + 19)^{-2} > 0 \Rightarrow y \uparrow$, при $x \uparrow$

$\forall x \in \mathbb{R}$ y_{\min} , при $x_{\min} \Rightarrow b = 0$
 $1000x + 999$

3) $y = x + 10$, $y' = (x + 10)^{-2} < 0 \Rightarrow y \downarrow$ при $x \uparrow$

$\forall x \in \mathbb{R}$ y_{\max} , при $x_{\max} \Rightarrow c = 9$
 $1000x + 999$

4) $y = x + 10$, $y' = (x + 10)^{-2} < 0 \Rightarrow y \downarrow$, при $x \uparrow$

$\forall x \in \mathbb{R}$ y_{\min} , при $x_{\max} \Rightarrow d = 9$

Таким образом наименьшее число 1099.

Проверка.

$$\frac{1000}{19} \approx 52631.58$$

$$\frac{1200}{3} = 400$$

$$\frac{1099}{18} = 61.05$$

$$\frac{1100}{2} = 550$$

ответ: 1099.

15