

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
138	12.03.25	Лугинский Н.Д.	<i>[Signature]</i>
Шифр			025-2-11-88

Задача 1.

$$(a+b-c)^2 + (b+c-a)^2 + (c+a-b)^2$$

$$\begin{cases} a+b-c=x \\ b+c-a=y \\ c+a-b=z \end{cases}$$

$$x^2 + y^2 + z^2 \geq \frac{(x+y+z)^2}{3} = \frac{18^2}{3} = \frac{324}{3} = 108$$

$$x=y=z=6$$

$$\begin{cases} a+b-c=6 \\ b+c-a=6 \\ c+a-b=6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=2 \\ c=-2 \end{cases}$$

75

Ответ: min значение выражения = 108.

Задача 2.

$$P(x) = x^6 + x^5 - 4x^4 + x^2 - x + 506$$

$$Q(x) = x^4 + x^3 - 4x^2 + 1$$

$$P(x_1) + P(x_2) + P(x_3) + P(x_4) = ?$$

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = -1$$

$$x_1x_2 + x_1x_3 + x_1x_4 + x_2x_3 + x_2x_4 + x_3x_4 = -4$$

$$x_1x_2x_3 + x_1x_2x_4 + x_1x_3x_4 + x_2x_3x_4 = -1$$

$$x_1x_2x_3x_4 = -1$$

$$S = (P(x_1) + P(x_2) + P(x_3) + P(x_4))$$

$$S = (x_1^6 + x_2^6 + x_3^6 + x_4^6) + (x_1^5 + x_2^5 + x_3^5 + x_4^5) - 4(x_1^4 + x_2^4 + x_3^4 + x_4^4) + (x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2) - (x_1 + x_2 + x_3 + x_4) + 506$$

$$1) (x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2) - (x_1 + x_2 + x_3 + x_4) + 506$$

$$\cancel{x_1 + x_2 + x_3 + x_4} = (*)$$

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
Шифр			028-2-11-88

$$x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 = (x_1 + x_2 + x_3 + x_4)^2 - 2(x_1x_2 + x_1x_3 + x_1x_4 + x_2x_3 + x_2x_4 + x_3x_4) = (-1)^2 - 2 \cdot (-4) = 1 + 8 = 9.$$

$$2) x_1^4 + x_2^4 + x_3^4 + x_4^4 = (x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2)^2 - 2(x_1^2x_2^2 + x_1^2x_3^2 + x_1^2x_4^2 + x_2^2x_3^2 + x_2^2x_4^2 + x_3^2x_4^2) = 9^2 - 2(x_1x_2 + x_1x_3 + x_1x_4 + x_2x_3 + x_2x_4 + x_3x_4)^2 - 2(x_1x_2x_3x_4) = (-4)^2 - 2(-1) = 16 + 2 = 18.$$

$$3) x_1^6 + x_2^6 + x_3^6 + x_4^6 = 9^3 - 2(18) = 81 - 36 = 45.$$

$$4) x_1^8 + x_2^8 + x_3^8 + x_4^8 = (x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2)(x_1^6 + x_2^6 + x_3^6 + x_4^6) - (x_1^2x_2^2 + x_1^2x_3^2 + x_1^2x_4^2 + x_2^2x_3^2 + x_2^2x_4^2 + x_3^2x_4^2) = 9 \cdot 45 - 18 = 405 - 18 = 387.$$

$$5) x_1^5 + x_2^5 + x_3^5 + x_4^5 = (x_1 + x_2 + x_3 + x_4)(x_1^4 + x_2^4 + x_3^4 + x_4^4) - (x_1^3 + x_2^3 + x_3^3 + x_4^3) = (-1) \cdot 9 - (-4) = -9 + 4 = -5.$$

$$x_1^5 + x_2^5 + x_3^5 + x_4^5 = -45 - (-5) = -45 + 5 = -40.$$

$$S = 387 - 40 - 4 \cdot 45 + 9 - (-1) + 506 = 387 - 180 + 10 + 506 = 683.$$

Задача 4.

$$(x_1 - n + 1)(x_2 - n + 1) \dots (x_n - n + 1) \geq 1.$$

$$\frac{x_1^{n-1} + x_2^{n-1} + \dots + x_n^{n-1}}{n} \geq \sqrt[n]{x_1^{n-1} x_2^{n-1} \dots x_n^{n-1}}$$

$$\frac{x_1 x_2 \dots x_n}{n} \geq \sqrt[n]{(x_1 x_2 \dots x_n)^{n-1}}$$

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись

Шифр 025-2-11-88

$$(x_1 x_2 \dots x_n)^n \geq n^n (x_1 x_2 \dots x_n)^{n-1} \quad \therefore (x_1 x_2 \dots x_n)^{n-1} \geq n^n$$

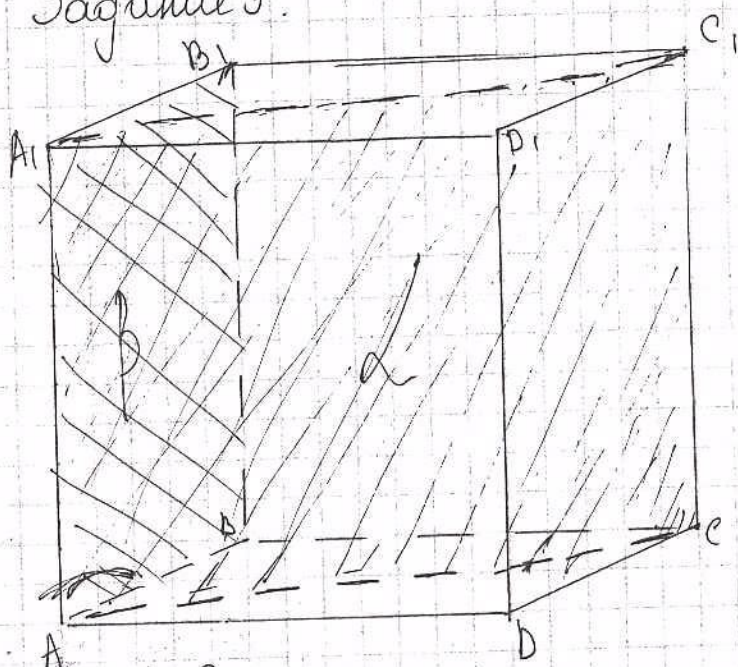
$$x_1 x_2 \dots x_n \geq n^n$$

$$(x_i - n + 1) = y_i - (n - 1)$$

$$x_i > n \Rightarrow x_i - (n - 1) > 1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \cancel{x_1 x_2 \dots x_n} > (x_1 - n + 1)(x_2 - n + 1) \dots (x_n - n + 1) \geq 1$$

Задача 5.



Дано

ABCD, A1B1C1D1 - куб.

α и β - т.о.с.т.

$\min \angle \varphi$ - ?

Решение:

$\angle$ плоскость содержит $\overrightarrow{A_1C}$, $n_0 = \overrightarrow{A_1C} \cdot \overrightarrow{A_1A} = 0$

$$\overrightarrow{A_1C} (a; a; -a) \quad \overrightarrow{A_1A} = (0; 0; -a)$$

$$n_0 \begin{vmatrix} a & a & -a \\ 0 & 0 & -a \end{vmatrix} = i(a \cdot (-a) - a \cdot 0) - j(a \cdot (-a) - (-a) \cdot 0) + k(a \cdot 0 - a \cdot 0) = (-a^2; a^2; 0)$$

$$+ k(a \cdot 0 - a \cdot 0) = (-a^2; a^2; 0)$$

плоскость β перпендикулярна $CP_1 \Rightarrow \beta \parallel CP_1 \Rightarrow$

$\beta \parallel CP_1$

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись

Шифр 025-2-а1-88

$\angle$ между $\angle \gamma / \beta \Rightarrow \angle BAC = \angle B_1 A_1 C_1$
 т.к. $ABCD \square \Rightarrow \angle BAD \text{ и } \angle B_1 A_1 D_1 = 90^\circ$
 а $AC \text{ и } A_1 C_1$ д (диагонали) $\Rightarrow \angle BAC \text{ и } \angle B_1 A_1 C_1 = 45^\circ$, а знача и
 Ответ: угол между плоскостями $\alpha \text{ и } \beta = 45^\circ$
 Ответ: $\angle = 45^\circ$

Qd