

| Общий балл | Дата | Ф.И.О. Жюри | Подпись |
|------------|------|-------------|---------|
| 14         |      | Кореньев    | М       |
| Шифр       |      |             | 042057  |

1.  $|7+a-b|^2 + |2+b-c|^2 + |3+c-a|^2$

$S = ?$

$$\begin{cases} S'_a = 2(7+a-b) + 0 - 2(3+c-a) = 0 \\ S'_b = -2(7+a-b) + 2(2+b-c) + 0 = 0 \\ S'_c = 0 - 2(2+b-c) + 2(3+c-a) = 0 \end{cases}$$

$$14 + 2a - 2b - 18 - 2c + 2a = 0 \quad | :2$$

$$-14 - 2a + 2b + 4 + 2b - 2c = 0 \quad | :2$$

$$-4 - 2b + 2c + 18 + 2c - 2a = 0$$

$$\begin{cases} 2a - b - c - 2 = 0 \\ -a + 2b - c - 5 = 0 \\ -a - b + 2c + 7 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2a - b - c = 2 \\ -a + 2b - c = 5 \quad | :2 \\ -a - b + 2c = 7 \end{cases}$$

$$+ \begin{cases} 2a - b - c = 2 \\ -2a + 4b - 2c = 10 \end{cases}$$

$$3b - 3c = 12 \quad | :3$$

$$b - c = 4$$

$$3b - 3c = 12$$

$$3a - 3c = 5 \quad | :3$$

$$a - c = 3$$

$$\begin{cases} b - c = 4 \\ a - c = 3 \end{cases}$$

$$a - b = -1$$

$$c = 4 \quad ??$$

кореньев 2.

$$S = 36 + 36 + 36 = 108$$

ответ: 108

задача решена?

$$\begin{cases} b = 4 + c \\ a = c + 3 \end{cases}$$

X

|   |   |   |   |   |    |
|---|---|---|---|---|----|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | Σ  |
| 4 | 7 | 3 | 0 | 0 | 14 |

$$2 \quad P(x) = x^6 + x^5 - 4x^4 + x^2 - x + 506$$

$$Q(x) = x^4 + x^3 - 4x^2 + 1$$

$$\Rightarrow P(x) = x^2(Q(x)) - x + 506$$

коэффициенты

$$x_1, x_2, x_3, x_4 - \text{корни } Q(x) \Rightarrow Q(x_1) = 0$$

$$Q(x_3) = 0$$

$$Q(x_2) = 0$$

$$Q(x_4) = 0$$

Предположим:  $P(x_1) = -x_1 + 506$

$$P(x_2) = -x_2 + 506$$

$$P(x_3) = -x_3 + 506$$

$$P(x_4) = -x_4 + 506$$

$$P(x_1) + P(x_2) + P(x_3) + P(x_4) = -(x_1 + x_2 + x_3 + x_4) + 2024$$

$x_1, x_2, x_3, x_4$  - корни  $Q(x)$ , откуда выражение можно представить

$$x^4 + x^3 - 4x^2 + 1 = (x - x_1)(x - x_2)(x - x_3)(x - x_4) = (x^2 - (x_1 + x_2)x + x_1x_2) \\ (x^2 - (x_3 + x_4)x + x_3x_4) = x^4 - (x_1 + x_2 + x_3 + x_4)x^3 + (x_1x_2 + x_1x_3 + x_1x_4 + x_2x_3 + x_2x_4 + x_3x_4)x^2 - (x_1x_2x_3 + x_1x_2x_4 + x_2x_3x_4 + x_1x_3x_4)x + (x_1x_2x_3x_4)$$

Коэффициенты обязаны быть равными  $\Rightarrow$

$$\Rightarrow 1 = -(x_1 + x_2 + x_3 + x_4)$$

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = -1$$

$$P(x_1) + P(x_2) + P(x_3) + P(x_4) = -(-1) + 2024 = 2025$$

ответ: 2025

X

| Общий балл | Дата | Ф.И.О. Жюри | Подпись |
|------------|------|-------------|---------|
|            |      |             |         |

Шифр

$$3. \quad x^2 - 6\sqrt{x^2+1} + 11 - \cos \frac{x^2 + \sqrt{2}x - 4}{18} \leq 0$$

$$1 \leq x^2 - 6\sqrt{x^2+1} + 11 = \cos \frac{x^2 + \sqrt{2}x - 4}{18} \leq 1$$

$$f(x) = x^2 - 6\sqrt{x^2+1} + 11$$

$$\sqrt{x^2+1} = z$$

$$x^2 = z^2 - 1$$

$$z^2 - 1 - 6z + 11$$

$$z^2 - 6z + 10 = f(x)$$

$$f'(x) = 2z - 6$$

$$z = 3$$

$$f(3) = 1$$



$$f(z) \geq 1$$

$$\Rightarrow x = 1$$

$$x^2 - 6\sqrt{x^2+1} + 11 = 0$$

$$z^2 - 1 - 6z + 11 = 0$$

$$z^2 - 6z + 10 = 0$$

$$D = 36 - 4 \cdot 10 < 0$$

$$z^2 - 6z + 9 = 0$$

$$x^2 = 8$$

$$x = \pm \sqrt{8}$$

$$z = 3$$

$$x = \sqrt{8}$$

Take  $x = 1$  or  $x = \pm \sqrt{8}$ ?

$$\cos \frac{(\sqrt{8})^2 + \sqrt{2} \cdot \sqrt{8} - 4}{18} = \cos \frac{8 + 4 - 4}{18} \neq 1$$

$$x = -\sqrt{8}$$

$$\cos \frac{(-\sqrt{8})^2 - \sqrt{16} - 4}{18} = \cos \frac{8 - 4 - 4}{18} = \cos 0 = 1$$

ответ:  $-\sqrt{8}$