

Шифр

08062

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
23	21.03	Корняков Е.Е.	М

$$N1) \cos(2x) = a \quad \sin x = b$$

$$\cos(2x) + \cos(2x) + 2024 \cos(2x) = \sin(x) + \sin(x) + 2024 \sin(x)$$

$$f(a) = a + a + 2024a > 0$$

$$f(b) = b + b + 2024b > 0$$

$$f'(a) = 1 + 2023a + 2024 \cdot 2025a > 0$$

$$f'(b) = 1 + 2023b + 2024 \cdot 2025b > 0$$

$$f(a) = f(b) ?$$

Ступень?

возрастание, убывание, ...

$$\cos 2x = \sin x$$

$$2 \sin^2 x + \sin x - 1 = 0$$

замена:

$$\sin x = t \in [-1; 1]$$

$$2t^2 + t - 1 = 0$$

$$\begin{cases} t = -1 \\ t = \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\text{Др. замена: } x = \frac{3\sqrt{5} + 2\sqrt{5}i}{2}$$

$$x = \frac{\sqrt{5} + 2\sqrt{5}i}{6}$$

$$x = \frac{5\sqrt{5} + 2\sqrt{5}i}{6}$$

$$\text{Ответ: } x = \frac{3\sqrt{5} + 2\sqrt{5}i}{2}; x = \frac{\sqrt{5} + 2\sqrt{5}i}{6}; x = \frac{5\sqrt{5} + 2\sqrt{5}i}{6}$$

$$N2) \text{ Дано: } 1) 0 \leq x \leq \frac{1}{2}, \quad 0 \leq y \leq \frac{1}{2}$$

$$2) y^2 - x^2 \geq y - x$$

$$\text{Док-м: } y^2 - x^2 \geq y - x$$

$$y^2 - x^2 \geq y - x$$

$$(y-x)(y+x) - (y-x) \geq 0$$

$$(y-x)(y+x-1) \geq 0$$

$\Rightarrow$

$$0+0 \leq x+y \leq \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$$

$$0 \leq x+y \leq 1$$

$$0-1 \leq x+y-1 \leq 0$$

$$x+y-1 \leq 0$$

м.к. $y+x-1 < 0$, но условие утверждения было верно: $y-x < 0$

$$y^2 - x^2 \geq y - x$$

$$(y-x)(y^2+xy+x^2-1) = (y-x) > 0$$

$$(y-x)(y^2+xy+x^2-1) > 0$$

м.к. $y-x < 0$, но $y^2+xy+x^2-1 < 0$

Нужно еще то!

$$y^2+xy+x^2 < 1$$

$$\frac{1}{4} > y^2 > 0, \frac{1}{4} > x^2 > 0, \frac{1}{4} > xy > 0, \text{ или } \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} \leq 1,$$

$$\text{но } y^2+xy+x^2 < 1, \text{ м.к. } x, y, xy < \frac{1}{4}$$

$$\text{Следовательно: } (y^2+xy+x^2-1) < 0 \Rightarrow (y-x)(y^2+xy+x^2-1) > 0$$

Ч.Т.Д.

+

$$\sqrt[4]{1} = \frac{1000a+100b+10c+d}{a+b+c+d} \geq (1) + \frac{999a+99b+9c}{a+b+c+d}$$

из этого выражения понятно, что минимальное число получается при $a=1$ и $d=9$. методом подбора находим, что $\frac{1099}{1+0+9+9} \approx 57,84$ является минимальным отклонением.

это тоже нужно было!

Ответ: 1099

$$P(x) \geq a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$$

$$1) P(1) = P(10) = 2024$$

$$2) |a_0| \leq 999$$

Разрешим $P(1)$ и получим

$$17(a_n 17^n + a_{n-1} 17^{n-1} + \dots + a_1 17^1 + a_0) = 2024$$

Значение в скобках ~~и~~ ~~возьмем~~ ~~за~~

$$17x + a_0 = 2024$$

$17x = 2024 - a_0$, м.к. $P(17) = P(101)$, но $101d = 2024 - a_0$ (d - значение в скобках) $\Rightarrow 17x = 101d$, м.к. 101 - не простое число $\neq 17$ - взаимно простое.

возьмем $d = 101, 202, 303, \dots$

возьмем $d = 101$

~~возьмем $d = 101$~~

или $d = 202$, но

$$17 \cdot 101 = 2024 - a_0$$

$$a_0 = 2024 - 17 \cdot 202 > 999 - \text{не год.}$$

$a_0 = 307 < 999$ - год. число

число

возьмем взаимно простое $a_0 = 307$

Ответ. 307

~~1~~