

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
15		Корнеева	И
Шифр			041906

N1.

$$x > y > 0; x^2 + y^2 = \frac{10}{3} xy$$

Пусть n - значение выражения $\frac{x+y}{x-y}$.

$$\begin{cases} \frac{x+y}{x-y} = n \\ x^2 + y^2 = \frac{10}{3} xy \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{(x+y)^2}{(x-y)^2} = n^2 \\ x^2 + y^2 = \frac{10}{3} xy \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{x^2 + y^2 + 2xy}{x^2 + y^2 - 2xy} = n^2 \\ x^2 + y^2 = \frac{10}{3} xy \end{cases}$$

$$\left. \begin{array}{l} x+y > 0, \text{ т.к. } x, y > 0 \\ x-y > 0, \text{ т.к. } x > y > 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{x+y}{x-y} > 0 \Rightarrow$$

$\Rightarrow n = -2$ не удовлетворяет условию

Значит, $\frac{x+y}{x-y} = 2$.

1	2	3	4	5	Σ
7	2	0	6	0	15

Ответ: 2.

N4.

$$x^2 + px - \frac{1}{2p^2} = 0$$

$$D = p^2 + 4 \cdot \frac{1}{2p^2} = p^2 + \frac{2}{p^2} = \frac{p^4 + 2}{p^2} \quad \sqrt{D} = \frac{\sqrt{p^4 + 2}}{p}$$

$$\begin{cases} x_1 = \frac{-p + \frac{\sqrt{p^4 + 2}}{p}}{2} = \frac{-p}{2} + \frac{\sqrt{p^4 + 2}}{2p} \\ x_2 = \frac{-p - \frac{\sqrt{p^4 + 2}}{p}}{2} = \frac{-p}{2} - \frac{\sqrt{p^4 + 2}}{2p} \end{cases}$$

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
Шифр			

Шифр

$$x_1^4 + x_2^4 \geq 2 + \sqrt{2}$$

$$\left(\frac{-p^2}{2} + \frac{\sqrt{p^4+2}}{p}\right)^4 + \left(\frac{-p^2}{2} - \frac{\sqrt{p^4+2}}{p}\right)^4 \geq 2 + \sqrt{2}$$

$$\left(\frac{-p^2 + 2\sqrt{p^4+2}}{2p}\right)^4 + \left(\frac{-p^2 - 2\sqrt{p^4+2}}{2p}\right)^4 \geq 2 + \sqrt{2}$$

$$\frac{((2\sqrt{p^4+2} - p^2)^2)^2}{16p^4} + \frac{((-1)^4 \cdot ((p^2 - 2\sqrt{p^4+2})^2)^2)}{16p^4} \geq 2 + \sqrt{2}$$

$$\frac{(4(p^4+2) - 4p^2\sqrt{p^4+2} + p^4)^2 + (4(p^4+2) + 4p^2\sqrt{p^4+2})^2}{16p^4} \geq 2 + \sqrt{2}$$

$$\frac{(16(p^4+2)^2 - 16p^6\sqrt{p^4+2} - 32p^2\sqrt{p^4+2} + 4p^8 + 8p^4) + (16(p^4+2)^2 + 32p^2\sqrt{p^4+2} + 4p^8 + 8p^4)}{16p^4} \geq 2 + \sqrt{2}$$

$$\frac{32(p^4+2)^2 + 8p^8 + 16p^4}{16p^4} \geq 2 + 2\sqrt{2}$$

$$\frac{32(p^8+4p^4+4) + 8p^8 + 16p^4}{16p^4} \geq 2 + 2\sqrt{2}$$

$$\frac{40p^8 + 144p^4 + 128}{16p^4} \geq 2 + 2\sqrt{2}$$

$$\frac{8(5p^8 + 13p^4 + 16)}{16p^4} \geq 2 + 2\sqrt{2}$$

$$\frac{5p^8 + 13p^4 + 16 - 4p^4 - 2\sqrt{2}p^4}{2p^4} \geq 0$$

$$\frac{5p^8 + 14p^4 - 2\sqrt{2}p^4 + 16}{2p^4} \geq 0$$

$$\frac{5p^8 + 14p^4 - 2\sqrt{2}p^4 + 16}{2p^4} \geq 0$$

$$0 \neq 3: 2p^4 \neq 0$$

$$2p^4 > 0 \Rightarrow \frac{5p^8 + 14p^4 - 2\sqrt{2}p^4 + 16}{2p^4} \text{ равнозначено } 5p^8 + 14p^4 - 2\sqrt{2}p^4 + 16$$

$$5p^8 + 14p^4 - 2\sqrt{2}p^4 + 16 \geq 0$$

При $p > 0$:

$$5p^8 + 14p^4 - 2\sqrt{2}p^4 + 16 \geq 0$$

$$5p^8 + 14p^4 - 2\sqrt{2}p^4 + 16 = 0$$

Д = Замена $p^4 = t; t \geq 0$.

$$5t^2 + 14t - 2\sqrt{2}t + 16 = 0$$

$$D = (14 - 2\sqrt{2})^2 - 4 \cdot 5 \cdot 16 = 196 - 8 - 56\sqrt{2} - 320 \quad D < 0 \Rightarrow \text{корней нет}$$

$5 > 0 \Rightarrow 5t^2 + 14t - 2\sqrt{2}t + 16 > 0$ при любых $t \Rightarrow 5t^2 + 14t - 2\sqrt{2}t + 16 > 0$ при любых p .

При ~~$p \geq$~~ $p < 0$:

$$5 \cdot (-p)^8 + 14 \cdot (-p)^4 - 2\sqrt{2}(-p)^4 + 16 \geq 0$$

$$5p^8 + 14p^4 - 2\sqrt{2}p^4 + 16 \geq 0$$

Аналогично, $5p^8 + 14p^4 - 2\sqrt{2}p^4 + 16 \geq 0$ при любых p .

н 2.

$$a \geq 1; b \geq 2; c \geq 3.$$

$a^2 + b^2 + c^2 \geq 21$ и $a + b + c \geq 7$ симметричны относительно

a и b , b и c , c и a .

$$\text{БОО: } a \leq b \leq c.$$

Минимальные значения $a^2; b^2; c^2$, при которых $a^2 + b^2 + c^2 \geq 21$, являются 1; 4; 16, тогда $a^2 = 1; b^2 = 4; c^2 = 16$.

$$\text{Пусть } a = 1; b = 2; c = 4$$

$$1 + 2 + 4 \geq 7$$



Открытая региональная
межвузовская олимпиада

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
Шифр			

$a > 4 \Rightarrow$ при любых больших значениях $a+b+c$ будут
больше 4 $\Rightarrow a+b+c > 4$ выполняется всегда если верно
 $a^2 + b^2 + c^2 \geq 21$.

X