

$$\begin{array}{r} 1 \ 2 \ 3 \ 4 \ 5 \ \Sigma \\ 7 \ 17 \ 27 \ 10 \ 23 \end{array}$$

Дана

$$f(a, b, c) = (10 + a - b)^2 + (2 + b - c)^2 + (3 + c - a)^2$$

Найдем частные случаи

$$1) f/a = 2(10 + a - b) + 2(3 + c - a)(-1) +$$

$$= 2(10 + a - b) - 2(3 + c - a) = 20 + 2a - 2b - 6 - c + a =$$

$$= 4a - 2b - 2c + 14$$

$$2) f/b = 2(10 + a - b)(-1) + 2(2 + b - c) =$$

$$= -20 - 2a + 2b + 4 + 2b - 2c = -2a + 4b - 2c - 16$$

$$3) f/c = 2(2 + b - c)(-1) + 2(3 + c - a) = -4 - 2b + 2c + 6 +$$

$$+ 2c - 2a = -2a - 2b + 4c + 2$$

Приравняем к нулю

$$1) 4a - 2b - 2c + 14 = 0 \quad | :2$$

$$2a - b - c + 7 = 0$$

$$2) -2a + 4b - 2c - 16 = 0 \quad | :2$$

$$-a + 2b - c - 8 = 0$$

$$3) -2a - 2b + 4c + 2 = 0 \quad | :2$$

$$-a - b + 2c + 1 = 0$$

Приравняем два уравнения

$$(2a - b - c + 7) - (-a + 2b - c - 8) = 0$$

$$3a - 3b + 15 = 0$$

$$a - b + 5 = 0$$

$$a = b - 5$$

$$-(b - 5) - b + 2c + 1 = 0$$

$$-2b + 2c + 6 = 0$$

$$-b + c + 3 = 0$$

$$c = b - 3$$

$$2(b-5) - b - (b-3) + 7 = 0$$

$$2b - 10 - b - b + 3 + 7 = 0$$

$$0 = 0$$

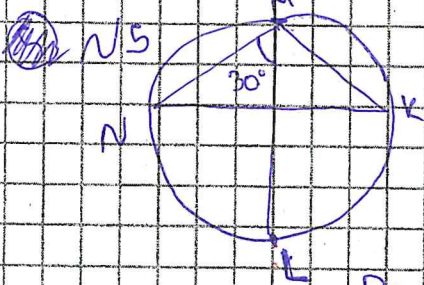
$$f(b) = (10 + (b-5) - b)^2 + (2 + b - (b-3))^2 +$$

$$+ (3 + (b-3) - (b-5))^2$$

$$f(b) = 5^2 + 5^2 + 5^2$$

$$f(b) = 25 + 25 + 25 = 75$$

Ответ: 75



Дано: $S_{MNK} = 81$

$\angle LMN = 30^\circ$

ML биссектриса $\angle MNK$

Решение:

Найти: $MN + MK$

Пусть $MN = a$; Поскольку $\angle LMN = 30^\circ \Rightarrow \angle MLK = a - 30^\circ$

Поскольку L находится на биссектрисе $\Rightarrow \angle MLN = a - 30^\circ$

1) $S_{\triangle MNL} = \frac{1}{2} \cdot MN \cdot ML \cdot \sin(30^\circ)$

Т.к. $\sin 30 = \frac{1}{2} \Rightarrow S_{\triangle MNL} = \frac{1}{2} \cdot MN \cdot ML \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4} MN \cdot ML$

2) $S_{\triangle MLK} = \frac{1}{2} ML \cdot MK \cdot \sin(a - 30^\circ)$

3) Общее выражение

$$S_{MNK} = S_{MNL} + S_{MLK} = 81$$

$$\frac{1}{4} MN \cdot ML + \frac{1}{2} ML \cdot MK \cdot \sin(a - 30^\circ) = 81$$

4) По свойству биссектрисы

$$\frac{MN}{MK} = \frac{ML}{ML}$$

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
Шифр			

$$MN = x$$

$$MK = y$$

$$\frac{x}{y} = \frac{ML}{ML} = 1?$$

5) Подставим в уравнение

$$\frac{1}{4} x ML + \frac{1}{2} ML y \sin(\alpha - 30^\circ) = 81$$

6) Выразим $x + y = MN + MK$

Зная, что $S_{MNK} = 81$

$$\text{Пусть } ML = h \Rightarrow \frac{1}{4} x h + \frac{1}{2} y h \cdot \sin(\alpha - 30^\circ) = 81$$

7) Найдем сумму $MN + MK = 18$

Ответ: 18

См. другую страницу
→

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись

Шифр

$$\sim 4 \quad P(x_1) + P(x_2) + P(x_3) + P(x_4),$$

$$1) \quad P(x) = x^6 + x^5 - 4x^4 + x^2 - x + 50$$

Выразим $P(x)$ через $Q(x)$, поскольку $Q(x) = 0$

$$\frac{x^6}{x^4} = x^2$$

$$x^2 Q(x) = x^6 - x^5 - 4x^4 + x^2$$

2) Вычтем из $P(x)$

$$P(x) - (x^6 + x^5 - 4x^4 + x^2) = -x + 50$$

$$P(x) = Q(x) \cdot (x^2) + (-x + 50)$$

$$3) \quad P(x_i) = Q(x_i) \cdot (x_i^2) + (-x_i + 50)$$

В. Поскольку $Q(x_i) = 0$, то

$$P(x_i) = -x_i + 50 \quad \checkmark$$

4) Найдем сумму

$$\begin{aligned} P(x_1) + P(x_2) + P(x_3) + P(x_4) &= (-x_1 + 50) + \\ &+ (-x_2 + 50) + (-x_3 + 50) + (-x_4 + 50) = \\ &= -(x_1 + x_2 + x_3 + x_4) + 200 \end{aligned}$$

$$5) \quad Q(x) = x^4 + x^3 - 4x^2 + 1$$

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = -\frac{a_3}{a_4} = -1 \quad \checkmark$$

6) Подстановка значений

$$\begin{aligned} P(x_1) + P(x_2) + P(x_3) + P(x_4) &= -(-1) + 200 = \\ &= 1 + 200 = 201 = \end{aligned}$$

Ответ 201

75

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись

Шифр

№2 1) Находим вершину параболы $f(x) = x^2 + ax + b$
 Абсцисса вершины $x_b = -\frac{a}{2}$, ордината
 вершины $y_b = \left(\frac{a}{2}\right)^2 + a\left(-\frac{a}{2}\right) + b = \frac{a^2}{4} - \frac{a^2}{2} + b =$
 $= -\left(\frac{a^2}{4}\right) + b$

2) По условию $f(x) \geq -\frac{9}{10}$ для всех $x \Rightarrow$ это
 минимальное значение функции $f(x)$
 (ординаты вершины параболы) не меньше
 $-\frac{9}{10} \Rightarrow -\left(\frac{a^2}{4}\right) + b \geq -\frac{9}{10}; 0 \geq \frac{a^2}{4} - \frac{9}{10}$

3) Так a и b — целые числа, a^2 — целое число
 Рассмотрим возможные значения b
 Если $a = 0$, то $b \geq \frac{9}{10} \Rightarrow b \geq 1$ (т.к. b — целое число)
 Тогда $f(x) = x^2 + b \geq 0$ (т.к. $b \geq 0$ и $x^2 \geq 0$) $\Rightarrow$
 $\Rightarrow f(x) \geq 0 \geq -\frac{1}{4}$

Если $a = 1$, то $b \geq \frac{1}{4} - \frac{9}{10} = \frac{5}{20} - \frac{18}{20} = -\frac{13}{20} \Rightarrow$
 $\Rightarrow b \geq 0$ (т.к. b — целое число) $\Rightarrow f(x) = x^2 + x + b \geq x^2 + x$
 Минимальное значение $x^2 + x = -\frac{1}{4}$

Если $a = 0$, то $b \geq -\frac{9}{10} \Rightarrow b \geq 0$ (т.к. b — целое) $\Rightarrow$
 $\Rightarrow f(x) = x^2 + b \geq 0$ (т.к. $b \geq 0$ и $x^2 \geq 0$) $\Rightarrow f(x) \geq 0 \geq -\frac{1}{4}$

Если $a = 1$, то $b \geq \frac{1}{4} - \frac{9}{10} = \frac{5}{20} - \frac{18}{20} = -\frac{13}{20} \Rightarrow b \geq 0$
 (т.к. b — целое) $\Rightarrow f(x) = x^2 + b \geq x^2 + x$
 Минимальное значение $x^2 + x = -\frac{1}{4}$ (при $x = -\frac{1}{2}$)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись

Шифр

значит $f(x) \geq -\frac{1}{4}$

Если $a=2$, то $b \geq \frac{4}{4} - \frac{9}{10} = 1 - \frac{9}{10} = \frac{1}{10} \Rightarrow b \geq 1$
(т.к. b - целое)

Тогда $f(x) = x^2 + 2x + b \geq x^2 + 2x + 1 = (x+1)^2 \geq 0$

значит $f(x) \geq 0 > -\frac{1}{4}$

Если $|a| \geq 3$, то $b \geq \frac{a^2}{4} - \frac{9}{10} \geq \frac{9}{4} - \frac{9}{10} = \frac{(45-18)}{20} = \frac{27}{20} > 1$

значит $b \geq 2$, Тогда $f(x) = x^2 + ax + b > \left(\frac{a^2}{4}\right) + 2 > -\frac{1}{4}$

т.к. $\frac{a^2}{4} < \frac{9}{10} \leq b \Rightarrow$ Во всех случаях

$-f(x) \geq -\frac{1}{4}$, тогда для всех действительных x выполняется $f(x) \geq -\frac{1}{4}$

№3 // Найдите разность d

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

$$n = 2025$$

$$625 = 25 + (2025-1)d$$

$$625 = 25 + 2024d$$

$$600 = 2024d$$

$$d = \frac{600}{2024} = \frac{150}{506} = \frac{75}{253}$$

✓ 75

253