

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
158	12.03.25	Лугиня Н.А.	<i>Л</i>

Шифр

025
м 43

N 1

$$(4+a-b)^2 + (2+b-c)^2 + (9+c-a)^2$$

Заметим, что ни a , ни b , ни c не влияют на общую сумму

$\Rightarrow$ выражение можно заменить на:

$$x_1^2 + x_2^2 + x_3^2, \text{ где } x_1 + x_2 + x_3 = 18.$$

м.к. (Квадрат возрастает линейно), то наименьшее значение
будет достигаться, когда все члены = среднему ариф-
метическому. $\frac{18}{3} = 6 \Rightarrow x_1 = x_2 = x_3 = 6$

$$36^2 + 36^2 + 36^2 = 108$$

Ответ: 108.

N 2.

$$P(x) = x^2(x^4 + x^3 - 4x^2 + 1) - x + 506 \quad P(x) = x^2(Q(x) - x + 506)$$

$$\text{м.к. } Q(x) = 0 \text{ то } P(x_1) + P(x_2) + P(x_3) + P(x_4) = 506 \cdot 4 - x_1 - x_2 - x_3 - x_4$$

Н*11 согласно теореме Виета для приведенных уравнений
4 степени: $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = -1 \Rightarrow$ ($bx^3 = x^3 \Rightarrow b=1$)

$$P(x_1) + P(x_2) + P(x_3) + P(x_4) = 2024 - (-1) = 2025$$

Ответ: 2025.

N 3

$$x^2 - 6\sqrt{x^2+1} + 11 - \cos \frac{x^2 + \sqrt{2}x - 4}{18} = 0$$

$$x^2 - \text{рассмотрим } y(x) = x^2 - 6\sqrt{x^2+1} + 11:$$

$$y' = 2x - \frac{6x}{\sqrt{x^2+1}}. \text{ найдем экстремумы:}$$

$$2x - \frac{6x}{\sqrt{x^2+1}} = 0$$

$$2x\sqrt{x^2+1} - 6x = 0$$

$$\sqrt{x^2+1} = 3$$

$$x^2+1 = 9$$

$$x = 0$$

$$x = \pm 2\sqrt{2}$$

Место для
скобы

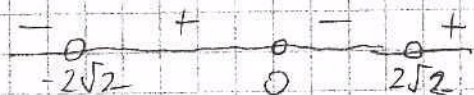
ОРМО

Открытая региональная
межвузовская олимпиада

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись

Шифр

025-2
№ 45



заметьте, что точки минимума - это $\pm 2\sqrt{2}$.

$y(\pm 2\sqrt{2}) = 3 - 6 \cdot 3 + 11 = 1$, значит уравнение потенциально может иметь решение только в точках $\pm 2\sqrt{2}$ т.к. в остальных точках $y(x) > 1$, а $\cos x$ больше единицы быть не может.

при $x = 2\sqrt{2}$ получаем

$$1 - \cos \frac{\pi}{3} = 0 \text{ - ложь}$$

при $x = -2\sqrt{2}$ получаем:

$$1 - \cos 0 = 0 \text{ - истина} \Rightarrow \text{Ответ} = -2\sqrt{2}$$

Ответ: $x = -2\sqrt{2}$