

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
16		Коржевские	И
Шифр			042048

№1 $(7+a-b)^2 + (2+b-c)^2 + (9+c-a)^2$

$S = ?$

Найдем производную от каждой переменной

$$S'_a = 2(7+a-b) + 2(9+b-a) \cdot (-1) = 2(7+a-b) - 2(9+b-a) = 4a - 2b - 2c - 4 = 0$$

$$S'_b = 2(7+a-b) \cdot (-1) + 2(2+b-c) = -2a + 4b - 2c - 10 = 0$$

$$S'_c = 2(2+b-c)^2 \cdot (-1) + 2(9+c-a) = 2(9+c-a) - 2(2+b-c) = -2a - 2b + 4c + 14 = 0$$

Составим систему из полученных уравнений.

$$\begin{cases} 4a - 2b - 2c - 4 = 0 \\ -2a + 4b - 2c - 10 = 0 \\ -2a - 2b - 2c - 4 = 0 \end{cases} \quad \begin{matrix} | + \\ | + \end{matrix}$$

Система не
определяется.

$$-6c - 18 = 0$$

$$2b + 12 - 14 = 0$$

$$-2a + 4b - 10 = 0$$

$$c = -3$$

$$b = 1$$

$$a = 0$$

$$(7-1)^2 + (2+1-3)^2 + (9-3)^2 = 6^2 + 6^2 + 6^2 = 108$$

Ответ: 108

X

$$x^2 - 6\sqrt{x^2+1} + 11 = \cos \frac{x^2 + \sqrt{2}x - 5}{18} = 0$$

$$-1 \leq x^2 - 6\sqrt{x^2+1} + 11 = \cos \frac{x^2 + \sqrt{2}x - 5}{18} \leq 1$$

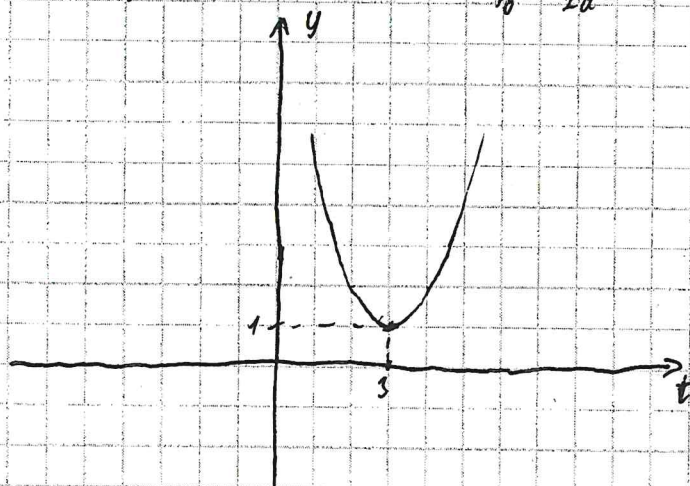
$$f(x) = x^2 - 6\sqrt{x^2+1} + 11 = 0$$

$$\sqrt{x^2+1} = t \Rightarrow x^2 + 1 = t^2$$

$$f(t) = t^2 - 6t + 10 = 0$$

$$t_0 = -\frac{b}{2a} = \frac{6}{2} = 3$$

$$y_0 = 9 - 18 + 10 = 1$$



Для выясним, что $f(x) \geq 1 \Rightarrow$

$$\Rightarrow x^2 - 6\sqrt{x^2+1} + 11 = 1$$

$$x^2 - 6\sqrt{x^2+1} + 10 = 0$$

$$x^2 - 6t + 9 = 0$$

$$t = 3 \Rightarrow x^2 + 1 = 9$$

$$x = \pm \sqrt{8}$$

какие
откуда
корни?

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись

Шифр

Подставим корни в $\cos \frac{x^2 + 25x - 5}{18}$:

$$x = 58 : \cos \frac{8 + 4 - 4}{18} = \cos 0 \neq 0$$

$$x = 58 : \cos \frac{8 + 4 - 4}{18} = \cos \frac{8}{18}$$

Ответ: $x = -58$

$$P(x) = x^6 + x^5 - 4x^4 + x^2 - x + 506$$

$$Q(x) = 4x^5 + x^3 - 4x^2 + 1$$

$$\frac{P(x)}{Q(x)} = x^2 + (-x + 506)$$

$$\begin{array}{r} x^6 + x^5 - 4x^4 + x^2 - x + 506 \\ \underline{4x^5 + x^3 - 4x^2 + 1} \\ x^6 + x^5 - 4x^4 + x^2 - x + 506 \end{array}$$

$$x_n = x_1, x_2, x_3, x_4 \quad Q(x_n) = 0$$

$$P(x) = x^2(4x^5 + x^3 - 4x^2 + 1) + (-x + 506)$$

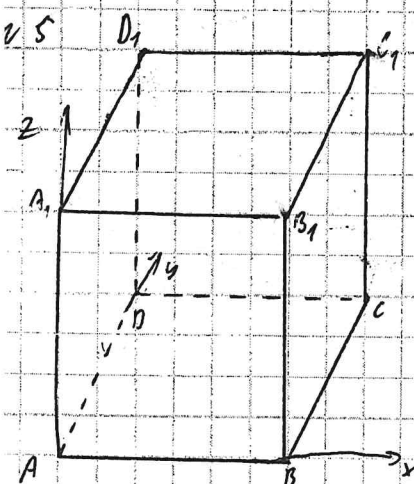
$$P(x_n) = x_n^2 \cdot Q(x_n) + (-x_n + 506) = x_n^2 \cdot 0 + (-x_n + 506) = -x_n + 506$$

$$\sum_n P(x_n) = \sum_n (-x_n + 506) = -\sum_n x_n + 4 \cdot 506$$

по т. Виета для $Q(x)$ сумма корней $\sum_n x_n = -1$

$$\sum_n P(x_n) = -(-1) + 2024 = 2025$$

Ответ: 2025



$$\begin{aligned} A & (0; 0; 0) \\ B & (1; 0; 0) \\ C & (1; 1; 0) \\ A_1 & (0; 0; 1) \\ C_1 & (1; 1; 1) \\ D_1 & (0; 1; 1) \end{aligned}$$

$$\vec{A_1 C_1} \{1; 1; 0\}$$

$$\vec{C_1 D_1} \{-1; 0; 1\}$$

Дано:

$$D \perp A_1 C_1$$

$$B \parallel C D_1$$

Найти:

$$\cos(\angle \beta) = ?$$

$\vec{A_1 C_1}$ - вектор нормали Δ , поскольку $A_1 C_1 \perp \Delta$
вектором нормали для β будет любой вектор $\perp C D_1$, т.к. $B \parallel C D_1$



Открытая региональная
межвузовская олимпиада

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
Шифр			

$AD \{0; 1; 0\}$ - вектор нормали для B ! ~~Нет.~~

Чтобы найти $\cos(\angle \beta)$, нужно найти косинус угла между векторами нормали

$$\cos(\angle \beta) = \frac{|\vec{A_1C_1} \cdot \vec{AD}|}{|\vec{A_1C_1}| \cdot |\vec{AD}|} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{2}{\sqrt{2}} \Rightarrow \angle \beta = 45^\circ$$

Ответ: 45°

~~Нет~~

~~X~~