

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
17		Емельянов	Евг
Шифр			1125

$$1) (7+a-b)^2 + (2+b-c)^2 + (9+c-a)^2$$

$$\begin{array}{r|rrrr|r} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & \Sigma \\ \hline 1 & 7 & 4 & -5 & & 17 \end{array}$$

минимальное выражение положительного типа 0, тогда

$$\text{пусть: } 9+c-a=0$$

$$c=a-9, \text{ подставим } (7+a-b)^2 + (2+b-a+9)^2 =$$

$$= (7+a-b)^2 + (11+b-a)^2$$

предположим? $11+b-a=0$

$$b=a-11, \text{ тогда } (7+a-a+11)^2 = 18^2 = 324$$

Ответ: 324

$$2) P(x) = x^6 + x^5 - 4x^4 + x^2 - x + 506$$

$$Q(x) = x^4 + x^3 - 4x^2 + 1, \quad x^4 + x^3 - 4x^2 + 1 = 0 - \text{это уравнение имеет корни } x_1, x_2, x_3, x_4$$

$$P(x) = x^2(x^4 + x^3 - 4x^2 + 1) - x + 506$$

$$P(x_1) = x_1^2 \cdot Q(x_1) - x_1 + 506; \quad Q(x) = 0, \text{ тогда}$$

$$P(x_1) = -x_1 + 506, \text{ аналогично}$$

$$P(x_2) = -x_2 + 506 \quad P(x_3) = -x_3 + 506 \quad P(x_4) = -x_4 + 506$$

$$P(x_1) + P(x_2) + P(x_3) + P(x_4) = -x_1 - x_2 - x_3 - x_4 + 506 \cdot 4 = -(x_1 + x_2 + x_3 + x_4) + 2024$$

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = -1 \text{ по теореме Виета, тогда}$$

$$P(x_1) + P(x_2) + P(x_3) + P(x_4) = 2025$$

$$3) x^2 - 6\sqrt{x^2+1} + 11 = \cos \frac{x^2 + \sqrt{2}x - 4}{18} = 0$$

$$x^2 - 6\sqrt{x^2+1} + 11 = \cos \frac{x^2 + \sqrt{2}x - 4}{18}$$

Рассмотрим левую часть уравнения

$$f(x) = x^2 - 6\sqrt{x^2+1} + 11 = \sqrt{x^2+1}^2 - 6\sqrt{x^2+1} + 10$$

введем замену $\sqrt{x^2+1} = t > 0$

$$f(t) = t^2 - 6t + 10$$

Найдем наименьшее значение $f(t) = 750$?

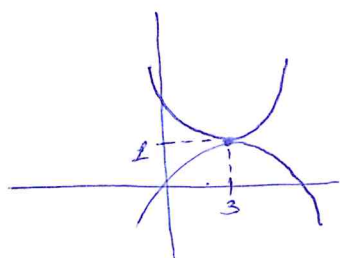
вершина параболы

$$t_6 = 3 \quad f(3) = 9 - 18 + 10 = 1$$

значит $x^2 - 6\sqrt{x^2 + 1} + 11$ - наименьшее значение равно 1.

правая часть $1 \leq \frac{\cos x^2 + \sqrt{x^2 - 4}}{18} \leq 1$, т.е.

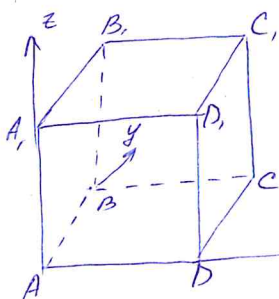
наименьшее значение это 1; тогда если уравнение имеет решение, то правая и левая части должны равняться единице.



$$\begin{aligned} \sqrt{x^2 + 1} &= 3 & x &= \sqrt{2} \\ x^2 + 1 &= 9 & \cos \frac{2+2-4}{18} &= \cos 0 = 1 \\ x^2 &= 8 & & \\ x &= \pm \sqrt{2} & x &= -\sqrt{2} \end{aligned}$$

$$\cos \frac{2-2-4}{18} \neq 1 \quad \text{Ответ: } x = \sqrt{2} - \text{проверка?}$$

5)

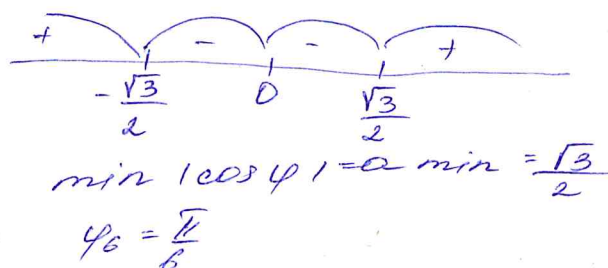


пусть $\vec{n}_1 \perp \alpha$, $\vec{n}_2 \perp \beta \Leftrightarrow$
 $\cos(\alpha, \beta) = |\cos(\vec{n}_1, \vec{n}_2)|$
 в качестве $\vec{n}_1$ можно принять
 $\vec{A_1C_1} = \vec{AC} = (1, 1, 0)$
 пусть $\vec{n}_2$ имеет коорд. (p, q, z)
 т.к. $CD \parallel \beta$, то $\vec{n}_2 \perp CD$

$$\begin{aligned} \vec{CD} = \vec{D_1} - \vec{C} &= (1, 0, 1) - (1, 1, 0) = (0, -1, 1) \\ \vec{n}_2 \perp \vec{CD} &\Rightarrow \vec{n}_2 \cdot \vec{CD} = 0 \Rightarrow q + z = 0; \quad z = -q \\ \text{т.е. } \vec{n}_2 &\text{ имеет вид } (p, q, -q) \\ \text{пусть } (\vec{n}_1, \vec{n}_2) &= \varphi \\ \cos \varphi &= \frac{|\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| |\vec{n}_2|} = \frac{p+q}{\sqrt{2} \sqrt{p^2+2q^2}} \end{aligned}$$

т.о. можно считать, что $q=1$.
 Требуется найти $\min |\cos \varphi| = \min \frac{|p+1|}{\sqrt{2} \sqrt{p^2+2}} = a > 0$
 т.е. требуется найти наименьшее a , $a > 0$ при котором
 уравнение $\frac{|p+1|}{\sqrt{2} \sqrt{p^2+2}} = a$ имеет решение p .
($a > 0$) почему? не удовлетворяет

$$\begin{aligned} (p+1)^2 &= 2a^2(p^2+2) \\ 2a^2p^2 + 4a &= p^2 + 2p + 1 \\ 2a^2(2a^2 - 1) - 2p + 4a^2 - 1 &= 0 \\ D &= 1 - (2a^2 - 1)(4a^2 - 1) \\ 4a^4 - 6a^2 + 1 - 1 &= 0 \\ 2a^2(4a^2 - 3) &\geq 0 \end{aligned}$$



(2)