**МАТЕМАТИКА (8 класс)**

**Заключительный этап**

**Вариант 1**

1. Найдите все решения уравнения .

**Ответ:**

**Решение:**

1) Пусть , тогда, получаем

2) Пусть , тогда, получаем , но так как , то

1. Известно, что двузначное число при делении на 4 дает в остатке 3, а при делении на 3 дает в остатке 2. Найдите все такие числа.

**Ответ:**

**Решение:**

Обозначим искомое число за *A*, тогда имеем , откуда получаем линейное диофантово уравнение Легко подбирая частное решение , получаем общее решение в виде

,

Учитывая, что *A-*двузначное число, получим . Перебирая , получим все искомые числа

1. Коэффициенты квадратных трехчленов и удовлетворяют условию Возможно ли, чтобы и имели общий корень?

**Ответ: нет.**

**Решение: (методом от противного)**

Предположим, что и имеют общий корень . Так как все коэффициенты многочленов положительны, то все корни (если они есть) отрицательны.Общий корень удовлетворяет условию Учитывая условие, что , получим, что , , откуда следует, что Получили противоречие.

1. Докажите, что для любых чисел *a*, *b*, *c* выполняется неравенство

*.*

**Доказательство:**

*,*

*,*

получили верное неравенство для

1. Внутренняя точка *P* остроугольного треугольника *ABC* удовлетворяет условию

.

Чем является точка *P* для треугольника *ABC*?

**Ответ: точкой пересечения высот треугольника *ABC.***

**Решение:**

Проведем перпендикуляр к стороне *AC* и высоту *BK*.

По теореме Пифагора или . Но по

условию . С другой стороны имеем, что

или .Тогда .

точки *H* и *K* совпадают точка *P* лежит на высоте *BK.*

Аналогично доказывается, что точка *P* лежит на двух других высотах треугольника *ABC*, откуда следует, что точка *P* является точкой пересечения высот треугольника *ABC.*

**Вариант 2**

1. Найдите все решения уравнения .

**Ответ:**

**Решение:**

1) Пусть , тогда, получаем

2) Пусть , тогда, получаем , но так как , то

1. Известно, что двузначное число при делении на 3 дает в остатке 1, а при делении на 5 дает в остатке 3. Найдите все такие числа.

**Ответ:**

**Решение:**

Обозначим искомое число за *A*, тогда имеем , откуда получаем линейное диофантово уравнение Легко подбирая частное решение , получаем общее решение в виде

,

Учитывая, что *A-*двузначное число, получим . Перебирая , получим все искомые числа

1. Коэффициенты квадратных трехчленов и удовлетворяют условию Возможно ли, чтобы и имели общий корень?

**Ответ: нет.**

**Решение: (методом от противного)**

Предположим, что и имеют общий корень . Так как все коэффициенты многочленов положительны, то все корни (если они есть) отрицательны.Общий корень удовлетворяет условию Учитывая условие, что , получим, что , , откуда следует, что Получили противоречие.

1. Докажите, что для любых чисел *a*, *b*, *c* выполняется неравенство

*.*

**Доказательство:**

*,*

*,*

получили верное неравенство для

1. Внутренняя точка остроугольного треугольника *MNK* удовлетворяет условию

.

Чем является точка *Q* для треугольника *MNK*?

**Ответ: точкой пересечения высот треугольника *MNK.***

**Решение:**

Проведем перпендикуляр к стороне *MK*  и высоту *BL*.

По теореме Пифагора или . Но по

условию .

С другой стороны имеем, что или .

Тогда точки *H* и *L* совпадают точка *Q* лежит на высоте *BL.*

Аналогично доказывается, что точка *Q*  лежит на двух других высотах треугольника *MNK*, откуда следует, что точка *Q* является точкой пересечения высот треугольника *MNK.*

**Критерии оценивания приведены в таблице:**

|  |  |
| --- | --- |
| Баллы | Критерии оценивания |
| **7** | Полное обоснованное решение. |
| **6** | Обоснованное решение с несущественными недочетами. |
| **5-6** | Решение содержит незначительные ошибки, пробелы в обоснованиях, но в целом верно и может стать полностью правильным после небольших исправлений или дополнений. |
| **4** | Задача в большей степени решена, чем не решена, например, верно рассмотрен один из двух (более сложный) существенных случаев. |
| **2-3** | Задача не решена, но приведены формулы, чертежи, соображения или доказаны некоторые вспомогательные утверждения, имеющие отношение к решению задачи. |
| **1** | Задача не решена, но предпринята попытка решения, рассмотрены, например, отдельные (частные) случаи при отсутствии решения или при ошибочном решении. |
| **0** | Решение отсутствует, либо решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше. |