**МАТЕМАТИКА (11 класс)**

**Заключительный этап**

**Вариант 1**

1. Найти *x* и *y*, которые удовлетворяют следующему уравнению:

.

**Ответ: .**

**Решение:**

Пусть , .

Тогда и исходное уравнение примет вид

.

.

Рассматривая последнее уравнение как квадратное относительно , и учитывая не отрицательность дискриминанта, получим

Следовательно, , . Тогда .

1. Для того, чтобы пройти 2 км. пешком, проехать 3 км. на велосипеде и 20 км ⎯ на машине, дяде Ване требуется 1 час 6 мин. А если потребуется пройти 5 км. пешком, проехать 8 км. на велосипеде и 30 км ⎯ на машине, ему понадобится 2 часа 24 мин. Сколько времени потребуется дяде Ване, чтобы пройти 4 км. пешком, проехать 5 км. на велосипеде и 80 км ⎯ на машине?

**Ответ: 2 часа 54 минуты. (2,9 ч.)**

**Решение:**

Пусть скорости ходьбы, езды на велосипеде и машине соответственно.

Тогда составим систему, согласно условию задачи:

Следовательно,

2 часа 54 мин**.**

1. Найдите все значения *m*, при которых любое решение уравнения

принадлежит промежутку

**Ответ: .**

**Решение:**

Рассмотрим

На области определения функция монотонно возрастает, как сумма монотонно возрастающих функций. Уравнение имеет единственное решение. Это решение будет принадлежать промежутку тогда и только тогда,

когда

1. Докажите, что для выполняется неравенство

**Доказательство:**

Так как

Используя известное неравенство о средних, получим

при условии, что

Следовательно, получили .

Возведем в куб последнее неравенство и получим требуемое неравенство.

Таким образом, неравенство доказано.

1. В правильной треугольной пирамиде проведено сечение, которое является квадратом. Найдите объем пирамиды, если сторона основания равна *a*, сторона квадрата в сечении равна *b*.

**Ответ:**

**Решение:**

Пусть длина высоты пирамиды, длина бокового ребра. Тогда объем пирамиды равен

Выразим высоту через *a* и *b*.

Так как , , то .

Следовательно,

**Вариант 2**

1. Решите уравнение

.

**Ответ: .**

**Решение:**

Пусть , тогда исходное уравнение перепишется в виде

.

Следовательно, Покажем, что других корней нет:

1) если предположить, что , то

2) если предположить, что , то

И в 1) и 2) случаях уравнение не станет тождеством.

Если , то ; если , то

1. Для того, чтобы пройти 4 км. пешком, проехать 6 км. на велосипеде и 40 км ⎯ на машине, дяде Ване требуется 2 час 12 мин. А если потребуется пройти 5 км. пешком, проехать 8 км. на велосипеде и 30 км ⎯ на машине, ему понадобится 2 часа 24 мин. Сколько времени потребуется дяде Ване, чтобы пройти 8 км. пешком, проехать 10 км. на велосипеде и 160 км ⎯ на машине?

**Ответ: 5 часов 48 минут. (5,8 ч.)**

**Решение:**

Пусть скорости ходьбы, езды на велосипеде и машине соответственно.

Тогда составим систему, согласно условию задачи:

Следовательно,

5часов 48 мин**.**

1. Найдите все значения *m*, при которых любое решение уравнения

принадлежит промежутку

**Ответ: .**

**Решение:**

Рассмотрим

На области определения функция монотонно возрастает, как сумма монотонно возрастающих функций. Уравнение имеет единственное решение. Это решение будет принадлежать промежутку тогда и только тогда,

когда

1. Докажите, что для выполняется неравенство

**Доказательство:**

Так как

Используя известное неравенство о средних, получим

при условии, что

Следовательно, получили .

Возведем в куб последнее неравенство и получим требуемое неравенство.

Таким образом, неравенство доказано.

1. В основании пирамиды *SABCD* лежит прямоугольник *ABCD*, высотой которой является ребро *SA*25. Точка *P* принадлежит медиане *DM* грани *SCD*, точка *Q* принадлежит диагонали *BD* и прямые *AP* и *SQ* пересекаются. Найдите длину *PQ*, если *BQ* : *QD* 3 : 2.

**Ответ: 10.**

**Решение:**

Так как прямые *AP* и *SQ* пересекаются, то точки *A,P*, *S,Q* лежат в одной плоскости. Пусть *R*─ точка пересечения *SP* и *AQ.* Тогда

Докажем, что . Отметим, что Пусть *H*─ точка ребра *SС* такая, что . Тога

Из подобия треугольников и , получаем, что

**Критерии оценивания приведены в таблице:**

|  |  |
| --- | --- |
| Баллы | Критерии оценивания |
| **7** | Полное обоснованное решение. |
| **6** | Обоснованное решение с несущественными недочетами. |
| **5-6** | Решение содержит незначительные ошибки, пробелы в обоснованиях, но в целом верно и может стать полностью правильным после небольших исправлений или дополнений. |
| **4** | Задача в большей степени решена, чем не решена, например, верно рассмотрен один из двух (более сложный) существенных случаев. |
| **2-3** | Задача не решена, но приведены формулы, чертежи, соображения или доказаны некоторые вспомогательные утверждения, имеющие отношение к решению задачи. |
| **1** | Задача не решена, но предпринята попытка решения, рассмотрены, например, отдельные (частные) случаи при отсутствии решения или при ошибочном решении. |
| **0** | Решение отсутствует, либо решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше. |