

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
760		Чернышова А.С.	Жер

Задача 1.

Дано: 1. Рассмотрим движение легкоатлета А (Антон):

 S, v

Для каждой трети пути мы можем составить закон движения:

что получим?

 $\Delta t = ?$

$$X(t) = X_0 + v_0 t + \frac{a_{\text{нач}} t^2}{2} \quad \text{где } X_0 - \text{начальная точка,}$$

$$v_0 - \text{нач. скорость}$$

 $a_{\text{нач}} - \text{ускорение участника А на данной трети}$ $t - \text{время, за которое участник А преодолевает данный участок.}$

Для первой трети пути: $\frac{1}{3}S = 0 + 0 \cdot t_{A1} + \frac{a_{A1} t_{A1}^2}{2}$ (начальная координата $X_0 = 0$, начальная скорость $v_0 = 0$)

 $t_{A1} - \text{время, за которое участник А прошел первую треть пути.}$

Получим уравнение:

$$\frac{1}{3}S = \frac{a_{A1} t_{A1}^2}{2}; \quad a_{A1} = \frac{2v_0 v_{\text{н}}}{t_{A1}} = \frac{2v_0}{t_{A1}} - \text{подставим:}$$

$$\frac{1}{3}S = \frac{v_0}{t_{A1}} \cdot \frac{t_{A1}^2}{2} = \frac{v_0 t_{A1}}{2} \Leftrightarrow 2S = 3v_0 t_{A1} \Leftrightarrow t_{A1} = \frac{2S}{3v_0} \text{ (сек)}$$

Для второй трети пути: скорость постоянна, ускорение $a_{A2} = 0$

Получаем: $\frac{2}{3}S = \frac{1}{3}S + v_0 t_{A2} + \frac{0 \cdot t_{A2}^2}{2} \Leftrightarrow \frac{1}{3}S = v_0 t_{A2} \Leftrightarrow S = 3v_0 t_{A2} \Leftrightarrow$
 $\Leftrightarrow t_{A2} = \frac{S}{3v_0} \text{ (сек)}$

Для третьей трети пути: $a_{A3} = \frac{v_{\text{н}} - v_{\text{н}}}{t_{A3}} = \frac{0 - v_0}{t_{A3}} = -\frac{v_0}{t_{A3}}$

$$S = \frac{2}{3}S + v_0 t_{A3} + \frac{a_{A3} t_{A3}^2}{2} \Leftrightarrow \frac{1}{3}S = v_0 t_{A3} - \frac{v_0}{t_{A3}} \cdot \frac{t_{A3}^2}{2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{3}S = v_0 t_{A3} - \frac{v_0 t_{A3}}{2} \Leftrightarrow \frac{1}{3}S = \frac{v_0 t_{A3}}{2} \Leftrightarrow 2S = 3v_0 t_{A3} \Leftrightarrow t_{A3} = \frac{2S}{3v_0} \text{ (сек)}$$

 $t_A = t_{A1} + t_{A2} + t_{A3} - \text{время, за которое дистанцию } S \text{ пробежит участник А}$

$$t_A = t_{A1} + t_{A2} + t_{A3} = \frac{2S}{3v_0} + \frac{S}{3v_0} + \frac{2S}{3v_0} = \frac{5S}{3v_0} \text{ (сек)} \quad t_A = \frac{5S}{3v_0} \text{ (сек)}$$

Продолжение см. стр. 2

Задача 1. Продолжение

2. Рассмотрим движение легкоатлета Б. Нам неизвестно, каково расстояние, на которое он пробежал за какое-то время, но известно, что наградой ему будет удостоверение, если будет однократное количество времени.

$$x_0 \quad x_1 \quad x_2 \quad x_3 = S$$

Разделим весь участок на три промежутка по времени. Введем переменную $t = \frac{t_0}{3}$, где t — время одного отрезка участка.

Тогда:

$$x_1 = x_0 - v_{\text{ср}} t + \frac{a_{\text{ср}} t^2}{2};$$

$v_{\text{ср}} = 0$ — нач. скорость
 $x_0 = 0$ — начальная точка

$$x_1 = x_0 - v_{\text{ср}} t + \frac{a_{\text{ср}} t^2}{2}$$

$$a_{\text{ср}} = \frac{v_{\text{кон}} - v_{\text{нач}}}{t} = \frac{25 - 0}{t}$$

$$x_1 = \frac{25t}{2}$$

$$x_2 = x_1 + v t$$

$a_{\text{ср}} = 0$ — скорость постоянная из условия

$$x_3 = x_2 + v t + \frac{a_{\text{ср}} t^2}{2}; \quad a_{\text{ср}} = \frac{v_{\text{кон}} - v_{\text{нач}}}{t} = \frac{0 - 25}{t} = -\frac{25}{t}$$

$$x_3 = x_2 + v t + \frac{a_{\text{ср}} t^2}{2} \Rightarrow x_3 = x_2 + v t - \frac{25t}{2}$$

$$x_1 = \frac{25t}{2}, \text{ тогда } x_2 = x_1 + v t = \frac{25t}{2} + v t = \frac{35t}{2}$$

$$x_3 = x_2 + v t - \frac{25t}{2} = x_2 + \frac{25t}{2} = S - конечная точка.$$

$$\frac{35t}{2} + \frac{25t}{2} = S \Leftrightarrow \frac{60t}{2} = S \Leftrightarrow 30t = S \Leftrightarrow t = \frac{S}{30} \text{ (м)}$$

$$t_3 = 3t \text{ (из соотношения в от. 2)} \quad t_5 = 3t = \frac{3S}{30} \text{ (м)}$$

3. Сравним t_A и t_B

$$t_A = \frac{5S}{30} \quad t_B = \frac{3S}{20} \quad t_A = \frac{5S}{30} \Leftrightarrow \frac{S}{6} = \frac{3t_A}{5}; \quad t_B = \frac{3}{2} \cdot \frac{S}{20} = \frac{3}{2} \cdot \frac{S}{20} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow t_B = \frac{9}{10} t_A \quad \frac{t_B}{t_A} = \frac{9}{10} \quad t_B < t_A, \text{ тогда участник Б}$$

прибежит первым.

$$\Delta t = t_A - t_B = \frac{5S}{30} - \frac{3S}{20} = \frac{10S - 9S}{60} = \frac{S}{60} \quad \Delta t = \frac{S}{60} \text{ (м)}$$

Вопрос был задан

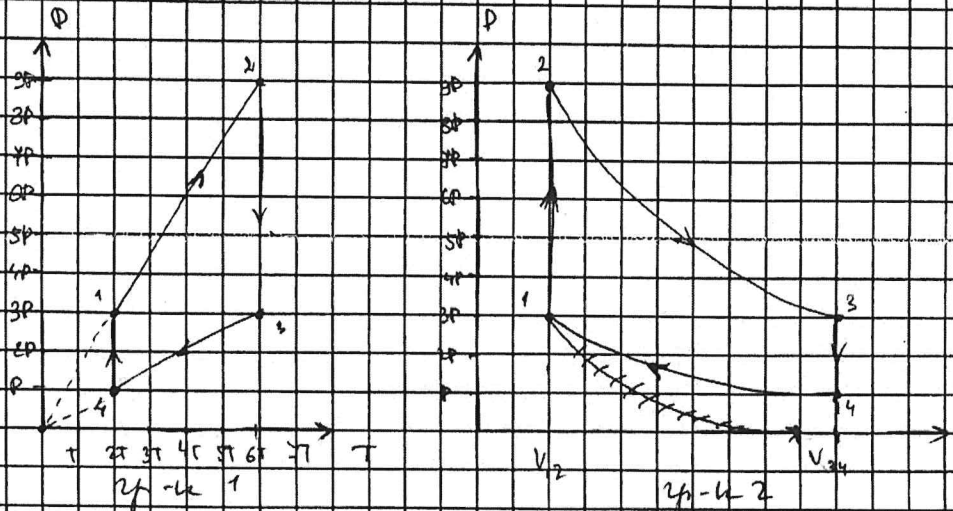
продолжение
 ш. 3 страница

Задача 1 Программирование.

Ответ: Борю придется и финансово первому, он обогонит Антона
или $\Delta t = \frac{5}{65} \text{ (минут)}$.

Задача 2.

Однородный газ, $i=3$

Начальное P 

1. На графике представлен циклический процесс, происходящий с некоторым количеством идеального одноатомного газа. (Графики браться устойчивые) Обозначим за некоторые значения температуры и давления T и P соответственно.

2. Количество газа постоянно; обозначим его за ν .

Экспериментальная зависимость: $PV = \nu RT$

На графике T (график) процесс 1-2 и 3-4 пересекаются в начале координат, тогда процесс 1-2 и 3-4 - изотермический; $V = \text{const}$.
Так же и на графике T (график) процесс 1-2 и 3-4 - изотермический, $T = \text{const}$.

3. Построим приближенный график $P(V)$. Процессы 1-2 и 3-4 - изотермический, тогда $V_1 = V_2 = V_3$, $V_4 = V_1 = V_2$.

4. Из уравнения Менделеева-Клапейрона $PV = \nu RT$ $V = \frac{\nu RT}{P}$.
Тогда V_1 и V_2 можно выразить через одну координату $P(T)$.

5. Рассмотрим каждый из процессов:

1-2 - изотермический процесс, $V = \text{const}$, тогда $A_T = 0$

Первое начало термодинамики: $Q = \Delta U + A_T$.

$$Q_{12} = \Delta U_{12} = \frac{3}{2} \nu R \Delta T = \frac{3}{2} \nu R (T_2 - T_1) = \frac{3}{2} \nu R (6T - 2T) = \frac{3}{2} \nu R \cdot 4T = 6 \nu R T$$

$Q_{12} > 0$, сообщено и Q_{12} и Q_{12}

далее см. скриншоты.

Задача 3. Продолжение.

2-3) - изотермический процесс, $T = \text{const}$, тогда $dU = 0$ $Q_{23} = A_{\Sigma}$. Геометрически площадь работы газа - площадь под кривой $P(V)$ численно равна площади под графиком $P(V)$

Из уравнения Менделеева-Клапейрона $P = \frac{\nu RT}{V}$

$$A = \int_{V_2}^{V_3} P(V) dV = \int_{V_2}^{V_3} \frac{\nu RT}{V} dV = \frac{\nu RT}{V} \cdot V \Big|_{V_2}^{V_3} = \nu RT \cdot \ln V \Big|_{V_2}^{V_3} \quad T_{23} = T_2 = 6T$$

Из п. 1 $V_2 = V_{12} = \frac{\nu RT_2}{3P} = \frac{\nu R \cdot 6T}{3P} = \frac{2\nu RT}{P}$

$V_3 = V_{34} = \frac{\nu RT_3}{P} = \frac{\nu R \cdot 6T}{P} = \frac{2\nu RT}{P}$ Тогда

$$A = \nu R \cdot 6T \cdot \ln V_3 - \nu R \cdot 6T \cdot \ln V_2 = 6\nu RT (\ln V_3 - \ln V_2) =$$

$$= 6\nu RT \left(\ln \frac{V_3}{V_2} \right) = 6\nu RT \cdot \ln \left(\frac{2\nu RT}{P} : \frac{2\nu RT}{3P} \right) = 6\nu RT \cdot \ln 3 > 0,$$

относительно к $Q_{\text{нагр}}$ 3-4) - изохорный процесс, $V = \text{const}$, тогда $A_{\Sigma} = 0$

$$Q_{34} = \Delta U = \frac{3}{2} \nu R \Delta T = \frac{3}{2} \nu R (T_4 - T_3) = \frac{3}{2} \nu R (2T - 6T) = \frac{3}{2} \cdot \nu R (-4T) =$$

$$= -\frac{3}{2} \nu R \cdot 4T = -6\nu RT < 0, \text{ следовательно к } Q_{\text{хол}}$$

4-1) - изотермический процесс, $T = \text{const}$, тогда $dU = 0$

$$Q_{41} = A_{\Sigma} = \int_{V_4}^{V_1} \frac{\nu RT}{V} dV = \nu R \cdot 2T \cdot \ln V \Big|_{V_4}^{V_1} = 2\nu RT \cdot \ln V \Big|_{V_4}^{V_1};$$

$$V_1 = V_{12} = \frac{2\nu RT}{3P}; \quad V_4 = V_{34} = \frac{2\nu RT}{P};$$

$$A = 2\nu RT \cdot \ln V_1 - 2\nu RT \cdot \ln V_4 = -2\nu RT (\ln V_4 - \ln V_1) = -2\nu RT \left(\ln \frac{V_4}{V_1} \right) =$$

$$= -2\nu RT \ln \left(\frac{2\nu RT}{P} : \frac{2\nu RT}{3P} \right) = -2\nu RT \cdot \ln 3 < 0, \text{ следовательно к } Q_{\text{хол}}.$$

$$\eta = \frac{Q_{\text{нагр}} - |Q_{\text{хол}}|}{Q_{\text{нагр}}}; \quad Q_{\text{нагр}} = Q_2 + Q_{23}; \quad Q_{\text{хол}} = Q_{34} + Q_{41}$$

$$Q_{\text{нагр}} = 6\nu RT + 6\nu RT \cdot \ln 3$$

$$Q_{\text{хол}} = -6\nu RT - 2\nu RT \ln 3$$

продолжение см. страница 5

Задача 3. Продолжение

$$\eta = \frac{Q_{\text{пол}} - Q_{\text{от}}}{Q_{\text{от}}} = \frac{6QRT + 6QRT \ln 3 - 6QRT - 2QRT \ln 3}{6QRT + 6QRT \ln 3} =$$

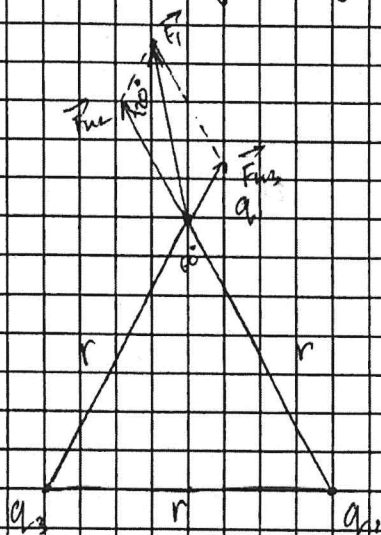
$$= \frac{6QRT \ln 3 - 2QRT \ln 3}{6QRT(\ln 3 + 1)} = \frac{6 \ln 3 - 2 \ln 3}{6(\ln 3 + 1)} = \frac{4 \ln 3}{6(\ln 3 + 1)}$$

$$\eta = \frac{4 \ln 3}{6(\ln 3 + 1)} = 0,35 \text{ или } \eta = 35\%$$

Ответ: Коэффициент полезного действия данного цикла равен $\eta = 35\%$

Задача 4:

Дано:

 q_1, q_2, q_3 $F_1 = ?$ 

Пусть заряд с потенциалом φ_1 имеет заряд q_1 , заряд с потенциалом φ_2 — заряд q_2 , с потенциалом φ_3 — заряд q_3 .

Пусть стороны равностороннего треугольника и условия равны r .

Потенциалы в вершинах треугольника от первого заряда одинаковые и равны $\varphi_1 = \frac{q_1}{r}$.

Аналогично $\varphi_2 = \frac{q_2}{r}$ и $\varphi_3 = \frac{q_3}{r}$.

Сила F_1 , с которой на первом заряде действуют заряды и третий, равна векторной сумме сил Кулона между зарядом и первым и третьим и первым и вторым зарядами.

Заряды оклеиваются тогда имеют скачок их потенциалов.

Заряды (все) потенциально заряжены, тогда отталкиваются друг от друга.

Напишем силы, которые действуют на первый заряд:

F_{12} — сила электрического взаимодействия между первым и вторым зарядами;

F_{13} — сила электрического взаимодействия первого и третьего зарядов;

Силы F_{12} и F_{13} действуют на первый заряд, направлены в сторону от зарядов q_2 и q_3 соответственно.

продолжение см. страница 6.

Задача 4. Прогонимение

$$F_{k2} = \frac{k \cdot q_1 \cdot q_2}{r_2^2}; \quad F_{k3} = \frac{k \cdot q_1 \cdot q_3}{r_3^2}$$

Замечает, что

$$F_{k2} = \frac{kq_1}{r} \cdot \frac{kq_2}{r} \cdot \frac{1}{k} = \frac{q_1 q_2}{k}$$

$$\text{Аналогично } F_{k3} = \frac{kq_1}{r} \cdot \frac{kq_3}{r} \cdot \frac{1}{k} = \frac{q_1 q_3}{k}$$

$$\vec{F}_1 = \vec{F}_{k2} + \vec{F}_{k3}$$

У параллелограмма (см. рис)

$$|\vec{F}_1|^2 = F_{k2}^2 + F_{k3}^2 - 2 \cdot F_{k2} \cdot F_{k3} \cos 120^\circ = \left(\frac{q_1 q_2}{k}\right)^2 + \left(\frac{q_1 q_3}{k}\right)^2 + 2 \cdot \frac{q_1 q_2}{k} \cdot \frac{q_1 q_3}{k} \cdot \frac{1}{2} =$$

$$= \frac{q_1^2 q_2^2}{k^2} + \frac{q_1^2 q_3^2}{k^2} + \frac{q_1^2 q_2 q_3}{k^2} = \frac{q_1^2 (q_2^2 + q_2 q_3 + q_3^2)}{k^2}$$

$$|\vec{F}_1| = \sqrt{\frac{q_1^2 (q_2^2 + q_2 q_3 + q_3^2)}{k^2}} = \frac{q_1}{k} \sqrt{(q_2^2 + q_2 q_3 + q_3^2)}$$

Упростим $q_2^2 + q_2 q_3 + q_3^2$
 $\frac{q_2^2 - q_3^2}{q_2 - q_3}$
 $\frac{q_2^2 - q_3^2}{q_2 - q_3} = q_2 + q_3$

$$= \frac{q_1}{k} \sqrt{\frac{q_2^3 - q_3^3}{q_2 - q_3}}$$

k - электрическая постоянная

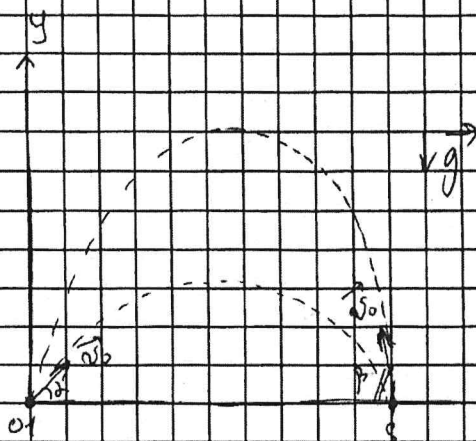
Ответ: сила результирующая с которой на первую шарик действуют вторая и третий шарик, равна $F_1 = \frac{q_1}{k} \sqrt{\frac{q_2^3 - q_3^3}{q_2 - q_3}}$

Задача 2.

Рассе:

Рассмотрим движение мяча в пространстве XOY
 такое, что $y_1 = y_2 = 0$, $x_1 = 0$, а $x_2 = S$:

S
 0m/s



Рассмотрим закон движения
 первого и второго шарика

$$x_1(t) = x_{10} + v_{0x1} t + \frac{a_{x1} t^2}{2}$$

$$y_1(t) = y_{10} + v_{0y1} t + \frac{a_{y1} t^2}{2}$$

$$x_2(t) = x_{20} + v_{0x2} t + \frac{a_{x2} t^2}{2}$$

$$y_2(t) = y_{20} + v_{0y2} t + \frac{a_{y2} t^2}{2}$$

$$x_{10} = 0, \quad v_{0x1} = v_0 \cos \alpha, \quad a_{x1} = 0$$

$$y_{10} = 0, \quad v_{0y1} = v_0 \sin \alpha, \quad a_{y1} = -g$$

$$x_{20} = S, \quad v_{0x2} = -v_0 \cos \beta, \quad a_{x2} = 0$$

$$y_{20} = 0, \quad v_{0y2} = v_0 \sin \beta, \quad a_{y2} = -g$$

продолжение см. с. 2

Задача 2. Прогнание
Получаем:

$$x_1(t) = v_0 \cos \alpha t$$

$$x_2(t) = S - v_0 \cos \beta t$$

$$y_1(t) = v_0 \sin \alpha t - \frac{g}{2} t^2$$

$$y_2(t) = v_0 \sin \beta t - \frac{g}{2} t^2$$

Рассмотрим движение объектов изначаль в их же УОХ.
Для этого заменим время зависимость $y(x)$:

$$t = \frac{x_1(t)}{v_0 \cos \alpha}$$

$$t = \frac{x_2(t)}{v_0 \cos \beta}$$

$$y_1(x_1) = v_0 \sin \alpha \cdot \frac{x_1}{v_0 \cos \alpha} - \frac{g}{2} \left(\frac{x_1}{v_0 \cos \alpha} \right)^2$$

$$t = \frac{S - x_2(t)}{v_0 \cos \beta}$$

$$y_2(x_2) = v_0 \sin \beta \cdot \frac{S - x_2}{v_0 \cos \beta} - \frac{g}{2} \left(\frac{S - x_2}{v_0 \cos \beta} \right)^2$$

Расстояние между шариками можно найти по формуле

$$r = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2} \quad \text{Получим следующее:}$$

$$r = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$$

$$y_1(x_1) = x_1 \tan \alpha - \frac{g x_1^2}{2 v_0^2 \cos^2 \alpha}$$

$$y_2(x_2) = (S - x_2) \tan \beta - \frac{g (S - x_2)^2}{2 v_0^2 \cos^2 \beta}$$

$$r = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + \left(x_1 \tan \alpha - \frac{g x_1^2}{2 v_0^2 \cos^2 \alpha} - (S - x_2) \tan \beta + \frac{g (S - x_2)^2}{2 v_0^2 \cos^2 \beta} \right)^2}$$

$$= \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + \left(x_1 \tan \alpha - S \tan \beta + x_2 \tan \beta + \frac{g}{2 v_0^2} \left(\frac{x_1^2}{\cos^2 \alpha} - \frac{(S - x_2)^2}{\cos^2 \beta} \right) \right)^2}$$

Задача 5.

Дано:

$$V = 5000 \text{ м}^3$$

$$P_0 = 100 \text{ кПа}$$

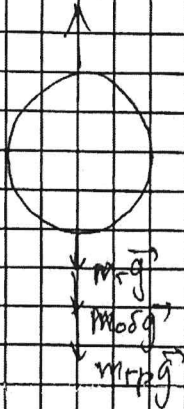
$$T = 43^\circ\text{C}$$

$$\varphi = 10\%$$

$$P_0 = 100 \text{ кПа}$$

$$\varphi = 90\%$$

$$P(43^\circ\text{C}) = 9000 \text{ Па}$$



1. Шар затоплен водородом. На шар действует три силы тяжести: масса газа, масса газа, масса оболочки, масса оболочки и масса газа и сила тяжести оболочки не учитывается. Так же на шар действует сила Архимеда.

$$2. \varphi = \frac{P_1}{P_{\text{нп}}} \quad \text{Давление пара } P_{\text{нп}} = P_{\text{нп}} \cdot \varphi_1 - \text{в начальном случае.}$$

$$P_{\text{нп}} = P_{\text{нп}} \cdot \varphi_2 - \text{в конечном случае.}$$

 $\Delta m = ?$

3. Уравнение Менделеева-Клапейрона: $PV = \frac{m}{M} RT \Leftrightarrow PV M = m RT \Leftrightarrow PM = \frac{m}{V} RT \Leftrightarrow$

$$\Rightarrow PM = \rho RT \Leftrightarrow \rho = \frac{PM}{RT}$$

4. Шар находится на постоянной высоте (в начале, когда $F_a = m_r g + m_{\text{об}} g + m_{\text{гр}} g$)

$$\rho_0 g V_m = m_r g + m_{\text{об}} g + m_{\text{гр}} g \quad m_{\text{гр}} = (\rho_0 g V - m_r g - m_{\text{об}} g) \cdot \frac{1}{g}$$

$$m_{\text{гр}} = \rho_0 V - m_r - m_{\text{об}}$$

Аналогично

$$m_{\text{гр}2} = \rho_0 V - m_r - m_{\text{об}}$$

$$\Delta m = m_{\text{гр}1} - m_{\text{гр}2} = (\rho_0 V - m_r - m_{\text{об}}) - (\rho_0 V - m_r - m_{\text{об}}) =$$

$$= \rho_0 V - m_r - m_{\text{об}} - \rho_0 V + m_r + m_{\text{об}} = V(\rho_1 - \rho_2)$$

$$\Delta m = V(\rho_1 - \rho_2)$$

$$P_1 = P_{\text{атм}} + P_{\text{нп}} = P_{\text{атм}} + P_{\text{нп}} \cdot \varphi_1 = 100 \cdot 10^3 + 9000 \cdot 0,1 = 100000 + 900 = 100900 \text{ Па}$$

$$P_2 = P_{\text{атм}} + P_{\text{нп}} = P_{\text{атм}} + P_{\text{нп}} \cdot \varphi_2 = 100 \cdot 10^3 + 9000 \cdot 0,9 = 100000 + 8100 = 108100 \text{ Па}$$

$$\rho_1 = \frac{P_1 M}{RT} = \frac{100900 \cdot M}{8,31 \cdot (273 + 43)}$$

$$\rho_2 = \frac{P_2 M}{RT} = \frac{108100 \cdot M}{8,31 \cdot (273 + 43)}$$

$$\Delta m = \frac{VM}{RT} (P_1 - P_2) < 0$$

 $\Delta m = ?$