

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
82	21.03.26	Сидор О.А.	
Шифр			013220

Задача 1.

1	2	3	4	5	Σ
18	10	20	6	18	82

Дано:

$v_1 = |v_2|$
 $\alpha < 45^\circ$

$90 - \alpha$

N, S ?

Решение:

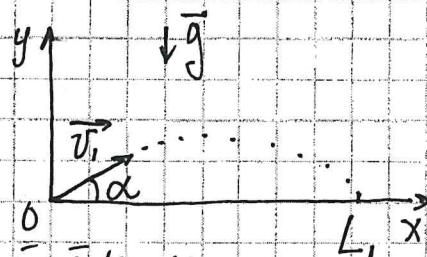
1) Найдём максимальные дальности полёта камней.

1й камень: пусть $|v_1| = v$;

время полёта $t_1 = \frac{2v_{1oy}}{g} = \frac{2v \sin \alpha}{g}$;

макс. дальность полёта $L_1 = v_{1ox} \cdot t_1 =$

$$= v \cdot \cos \alpha \cdot t_1 = \frac{2v^2 \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha}{g}$$



макс. высоту подъёма камня: время от броска до дости-

жения макс. высоты:

$$t_{H1} = \frac{v_{1oy}}{g} = \frac{v \sin \alpha}{g}; H_1 = v_{1oy} t_{H1} - \frac{g t_{H1}^2}{2} =$$

$$\frac{v \sin \alpha \cdot v \sin \alpha}{g} - \frac{g \cdot v^2 \sin^2 \alpha}{2g^2} = \frac{v^2 \sin^2 \alpha}{2g}$$

2й камень: $|v_2| = v$ по усл. $(= |v_1|)$;

время полёта $t_2 = \frac{2v_{2oy}}{g} = \frac{2v \cos \alpha}{g}$;

макс. дальность полёта $L_2 = v_{2ox} \cdot t_2 =$

$$= v \cdot \sin \alpha \cdot \frac{2v \cos \alpha}{g} = \frac{2v^2 \sin \alpha \cos \alpha}{g}$$

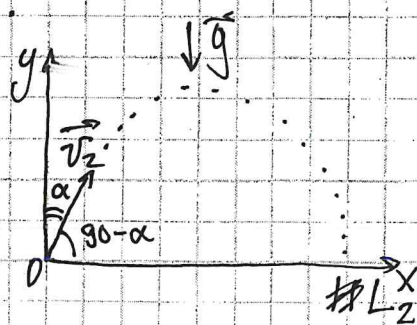
макс. высота подъёма камня $H_2 = \frac{v_{2oy}^2}{2g} = \frac{v^2 \cos^2 \alpha}{2g}$;

время от броска до достижения макс. высоты подъёма $t_{H2} = \frac{v_{2oy}}{g} = \frac{v \cos \alpha}{g}$;

$$H_2 = \frac{v \cos \alpha \cdot v \cos \alpha}{g} - \frac{g \cdot v^2 \cos^2 \alpha}{2g^2} = \frac{v^2 \cos^2 \alpha}{2g}$$

$$K = \frac{L_1}{L_2} = \frac{\frac{2v^2 \sin \alpha \cos \alpha}{g}}{\frac{2v^2 \sin \alpha \cos \alpha}{g}} = 1$$

$$2) N = \frac{H_1}{H_2} = \frac{\frac{v^2 \sin^2 \alpha}{2g}}{\frac{v^2 \cos^2 \alpha}{2g}} = \frac{\sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} = \tan^2 \alpha$$



Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
Шифр			913810

Задача 1 (продолжение)

3) Перейдём в СО 1-ого камня:

отн. скорость 2-ого камня $\vec{V}_2' = \vec{V}_2 - \vec{V}_1$.

отн. ускорение 2-ого камня $= \vec{g} - \vec{g} = \vec{0}$

геометрически найдём скорость $|\vec{V}_2'|$

$|\vec{V}_2| = |\vec{V}_1| = V$; по теореме косинусов

$$|\vec{V}_2'| = \sqrt{2V^2 - 2\cos(90-2\alpha)V^2} =$$

$= V\sqrt{2-2\sin(2\alpha)}$; 2й камень будет отдаляться от 1-ого

со скоростью V_2' до момента падения 1-ого камня, затем,

так как $L_1 = L_2$ (камни упали в одну точку) и так как ~~после~~

после падения 1-ого камня 2й камень к нему только приблизился

под действием $\vec{g}$ и скорости;

то камни были максимально

отдалены в момент падения 1-ого.

$$S = |\vec{V}_2'| \cdot t_s; t_s = t_1 = \frac{2V\sin\alpha}{g};$$

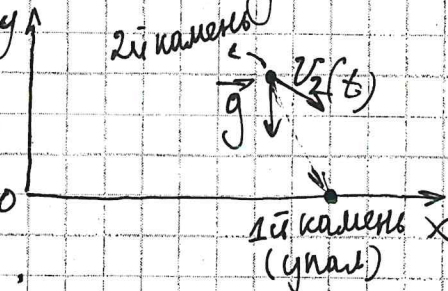
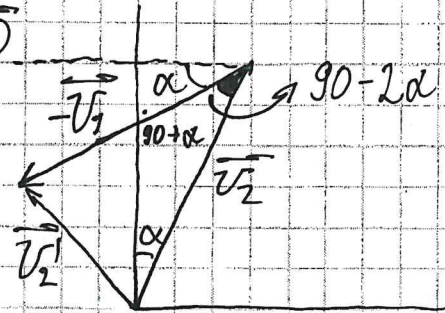
$$S = V\sqrt{2-2\sin(2\alpha)} \cdot \frac{2V\sin\alpha}{g} = \frac{2V^2\sin\alpha\sqrt{2-2\sin(2\alpha)}}{g}$$

$$\sqrt{2}(1 - \sin 2\alpha)$$

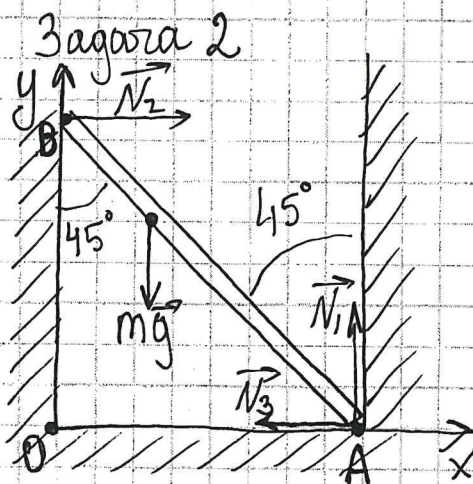
$$\sqrt{2}\sqrt{\sin^2\alpha + \cos^2\alpha - 2\sin\alpha\cos\alpha}$$

То есть S зависит от начальной скорости камней, которая неизвестна.

$$\begin{aligned} 2\sin(45-\alpha) &= 2 \cdot (\sin 45 \cos \alpha - \cos 45 \sin \alpha) = \\ &= \sqrt{2}(\cos \alpha - \sin \alpha) \end{aligned}$$



Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
Шифр			



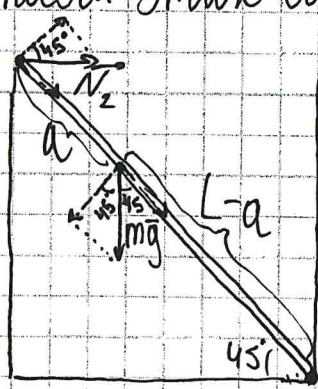
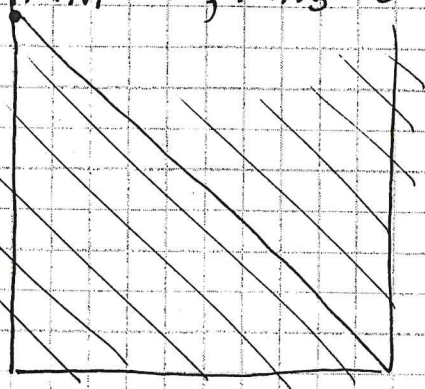
Сила реакции опоры перпендикулярна поверхности опоры. Опираясь на это, изобразим силы, действующие на палочку (F-палочки нет т.к. палочка „лежит“ по оси.)
Условия равновесия:

1) Т.к. по оси OX на палочку действуют только силы $\vec{N}_2$ и $\vec{N}_3$ и они $\parallel$ оси OX! условие $[\vec{N}_2 + \vec{N}_3] = 0 \Rightarrow \vec{N}_2 = -\vec{N}_3, N_2 = N_3$.

2) Т.к. по оси OY на палочку действуют только $\vec{mg}$ и $\vec{N}_1$, $\vec{N}_1$ и $\vec{mg} \parallel$ OY, $\vec{N}_1 \parallel$ OY, то для равновесия $[\vec{mg} + \vec{N}_1] = 0 \Rightarrow N_1 = mg$.

Для нахождения N_2 и N_3 рассмотрим моменты сил, действующих на палочку относительно точки A (см. рис)

$M_{\vec{N}_1} = 0, M_{\vec{N}_3} = 0$ т.к. плечи этих сил равны 0.



Палочка неподвижна $\Rightarrow$

$$\Rightarrow M_{\vec{N}_2} - M_{\vec{mg}} = 0,$$

$$M_{\vec{N}_2} = M_{\vec{mg}};$$

$$M_{\vec{N}_2} = L \cdot N_2 \cdot \cos 45^\circ =$$

$$= \frac{L}{\sqrt{2}} N_2;$$

$$M_{\vec{mg}} = (L-a) \cdot mg \cos 45^\circ = \frac{L-a}{\sqrt{2}} mg; \quad \frac{L}{\sqrt{2}} N_2 = \frac{L-a}{\sqrt{2}} mg;$$

$$N_2 = \frac{L-a}{L} mg. \text{ Из 1-го усл. равновесия } N_3 = N_2 = \frac{L-a}{L} mg,$$

$$\text{из 2-го усл. равновесия } N_1 = mg. \quad \text{20}$$

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
Шифр			

Задача 3.

Бросим 1 кубик:

Предположим, что весь лёд растает. $|Q_1| = |Q_2|$;

$$|Q_2| = m \cdot c_1 \cdot (\overset{\text{модуль реального } \Delta t}{\cancel{t_1} \rightarrow \Delta t}); |Q_1| = m_2 \cdot c_2 \cdot (0^\circ - t_2) + m_2 \cdot \lambda + m_2 \cdot c_1 \cdot (\overset{t_1}{\cancel{80} - \Delta t})$$

$$m_2 c_2 (0^\circ - t_2) + m_2 \lambda + m_2 c_1 (t_1 - \Delta t) = m c_1 \Delta t;$$

$(m c_1 + m_2 c_1) \Delta t = m_2 c_2 (0^\circ - t_2) + m_2 \lambda + m_2 c_1 t_1$. Подставим числа, найдём $\Delta t = 82,56^\circ\text{C} \rightarrow$ температура равновесия ~~T_1~~ $T_1 = t_1 - \Delta t = 7,44^\circ\text{C}$. всё сошлось ($t \geq 0^\circ$), значит так и происходит.

Бросим 2, 3, 4, 5 кубика:

Составим такую таблицу:

ситуация	формула	весь лёд растает $N=2$	вода не замёрзла $N=3$	всё вода замёрзла $N=4$	лёд не тает $N=5$
1 весь лёд растает	$ Q_1 \geq N m_2 (c_2 (0^\circ - t_2) + \lambda)$	$ Q_1 \geq 637200$ Дж	$ Q_1 \geq 955800$ Дж	$ Q_1 \geq 1274400$ Дж	$ Q_1 \geq 1593000$ Дж
2 вода не замёрзла	$ Q_2 \leq m c_1 t_1$		$ Q_2 \leq 378000$ Дж		
3 всё вода замёрзла	$ Q_2 \geq m (c_1 t_1 + \lambda)$		$ Q_2 \geq 711000$ Дж,		
4 лёд не тает	$ Q_1 \leq N m_2 c_2 (0^\circ - t_2)$	$ Q_1 \leq 37800$ Дж	$ Q_1 \leq 56700$ Дж	$ Q_1 \leq 75600$ Дж	$ Q_1 \leq 94500$ Дж

Заметим, что если $T_n \neq 0^\circ\text{C}$, то случились одновременно либо ситуации 1 и 2, либо ситуации 3 и 4. Но $|Q_2| = |Q_1|$, однако из ограничений $|Q_1|$ и $|Q_2|$ следует, что $|Q_2| \neq |Q_1|$

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
Шифр			

Задача 3 (продолжение)

Приходим к противоречию, значит, $T_N = 0^\circ\text{C}$.

Ответ: $T_1 = 7,44^\circ\text{C}$, $T_2 = T_3 = T_4 = T_5 = 0^\circ\text{C}$.

120

Задача 5.

~~Разобьём~~

1) Закон Джоуля - Ленца: $P = I^2 R$. Мощность, выделяемая на элементе эл. цепи равна произведению квадрата силы тока, текущего через него, и сопротивлению элемента.

2) Разобьём потенциометр на 2 резистора, преобразуем схему.

Сопротивления резисторов будут равны $\frac{L}{L_0} R$ и $\frac{L_0 - L}{L_0} R$, в данном случае это $\frac{2}{3} R$ и $\frac{R}{3}$.

$R_{\text{экв}}$ паралл. соединения: $\frac{1}{R_{\text{экв}}} =$

$$= \frac{1}{R} + \frac{3}{R}; R_{\text{экв}} = \frac{R}{4};$$

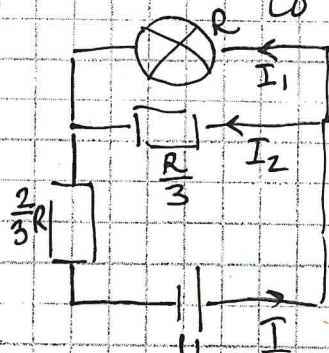
$R_{\text{э}} \text{ схемы: } R_{\text{э}} = \frac{2}{3} R + \frac{R}{4} = \frac{11R}{12}$.

Тогда $I = \frac{U}{R_{\text{э}}} = \frac{12V}{\frac{11R}{12}}$. Т.к. в паралл. соедин. одинаковое напряжение,

$$\text{то } RI_1 = \frac{I_2 R}{3}; I_1 = I - I_2; \Rightarrow I_1 = \frac{I}{4}; I_1 = \frac{12V}{11 \cdot 4 \cdot R} = \frac{3V}{11R};$$

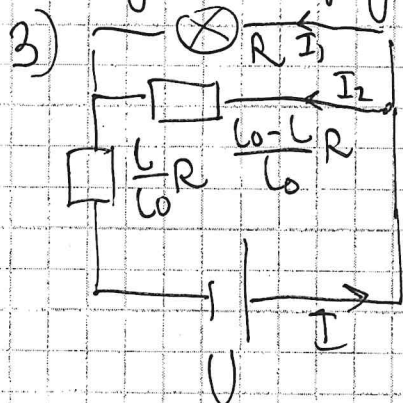
$$P = I_1^2 R = \frac{9V^2}{121R^2} \cdot R = \frac{9V^2}{121R} \approx 0,0744 \frac{V^2}{R}.$$

16



Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
Шифр			

Задача 5 (продолжение)



~~Решение~~ Найдем P лампы:

$$R_{\partial 1} = \frac{1}{\frac{1}{R} + \frac{L_0}{(L_0-L)R}} = \frac{2L_0-L}{(L_0-L)R};$$

$$R_{\partial 1} = \frac{R(L_0-L)}{2L_0-L};$$

$$R_{\partial} = \frac{R(L_0-L)}{2L_0-L} + \frac{L}{L_0}R; R_{\partial} = R \frac{(L_0^2 - L L_0 + 2L L_0 - L^2)}{L_0(2L_0-L)}$$

$$R_{\partial} = R \frac{(L_0^2 + L L_0 - L^2)}{L_0(2L_0-L)}; I = \frac{U}{R_{\partial}} = \frac{U L_0(2L_0-L)}{R(L_0^2 + L L_0 - L^2)};$$

$$I_1 R = I_2 \frac{L_0-L}{L_0} R; \frac{L_0-L}{L_0} R I_1 + I_1 R = \frac{L_0-L}{L_0} R (I_2 + I_1);$$

$$I_1 \frac{2L_0-L}{L_0} R = \frac{L_0-L}{L_0} \cdot \frac{U \cdot L_0(2L_0-L)}{R(L_0^2 + L L_0 - L^2)} R \neq \frac{L_0-L}{L_0} R I_2;$$

$$I_1 = \frac{U L_0 \cdot (L_0-L)}{R(L_0^2 + L L_0 - L^2)}; P = I_1^2 R = \frac{U^2 L_0^2 (L_0-L)^2}{R^2 (L_0^2 + L L_0 - L^2)^2} R =$$

$$= \frac{U^2 L_0^2 (L_0-L)^2}{R (L_0^2 + L L_0 - L^2)^2}$$

+2
10

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
Шифр			

Задача 4.

Найдём отношение сопротивлений проволок.

Известно, что $d_1 = 2d_2$, $m_1 = m_2$; $\Rightarrow r_1 = 2r_2$, $l_1 = l_2$ (одинаковая).

$$R = \rho \frac{l}{S}; \quad S_1 = \pi r_1^2, \quad S_2 = \pi r_2^2; \quad S_1 = 4\pi r_2^2;$$

$$\Rightarrow \text{т.к. } l = \frac{V}{S}, \quad S_1 = 4S_2, \quad \text{то } l_1 = \frac{l_2}{4};$$

$$R_1 = \rho \frac{l_1}{S_1} = \rho \frac{\left(\frac{l_2}{4}\right)}{4S_2} = \rho \frac{l_2}{16S_2} = \frac{R_2}{16}.$$

Проволока с большим диаметром имеет сопротивление в 16 раз меньше, чем вторая проволока.

$$\frac{2+4}{6}$$