

1	2	3	4	5	Σ
14	20	20	20	20	94

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
94	14.03	Абрамчик ИВ	СД

№1. Пусть S - длина трека, V_P - скорости Петрова, V_M - скорости Мушкетера, V_X - скорости Хэмилтона. Из условия:

$$\frac{S}{|V_M - V_X|} = t_1, \quad \frac{S}{|V_P - V_X|} = t_2; \text{ скорости Петрова относительно}$$

$$\text{Хэмилтона } V_P(x) = \frac{S}{|V_P - V_X|} = \pm \frac{S}{t_2}; \text{ скорости Мушкетера}$$

$$\text{относительно Хэмилтона } V_M(x) = \pm \frac{S}{t_1} \text{ (минус - движется медленнее Хэмилтона)}$$

$$t_3 = \frac{S}{|V_P - V_{XM}|}; \text{ Заметим, что } \frac{S}{|V_P - V_{XM}|} = \frac{S}{|V_P - V_X - (V_M - V_X)|} = \frac{S}{|V_P(x) - V_M(x)|}$$

если Хэмилтон быстрее/медленнее обгоняет, то относительные скорости имеют одинаковый знак:

$K_4 \ 35$

$$t_3 = \frac{S}{|V_P(x) - V_M(x)|} = \frac{S}{|V_M(x) - V_P(x)|} = \frac{S}{\left| \frac{S}{t_2} - \frac{S}{t_1} \right|} = \frac{1}{\left| \frac{1}{t_2} - \frac{1}{t_1} \right|} = K_5 \ 15$$

$K_6 \ 15$

$$= \frac{1}{\left| \frac{1}{t_1} - \frac{1}{t_2} \right|} = \frac{1}{\frac{t_2 - t_1}{t_1 t_2}} = \frac{t_1 t_2}{t_2 - t_1} = \frac{3 \text{ мин} \cdot 7 \text{ мин}}{7 \text{ мин} - 3 \text{ мин}} = 5,25 \text{ мин.}$$

если Хэмилтон быстрее одного, но медленнее другого, то раскрываем скорости с разными знаками:

$K_1 \ 35$

$K_2 \ 15$

$$t_3 = \frac{S}{|V_P(x) - V_M(x)|} = \frac{S}{\left| -\frac{S}{t_2} - \frac{S}{t_1} \right|} = \frac{S}{\left| \frac{S}{t_2} + \frac{S}{t_1} \right|} = \frac{S}{\frac{S}{t_2} + \frac{S}{t_1}} = \frac{1}{\frac{1}{t_1} + \frac{1}{t_2}} = \frac{t_1 t_2}{t_1 + t_2} = \frac{3 \text{ мин} \cdot 7 \text{ мин}}{7 \text{ мин} + 3 \text{ мин}} = 2,1 \text{ мин.}$$

$K_3 \ 15$

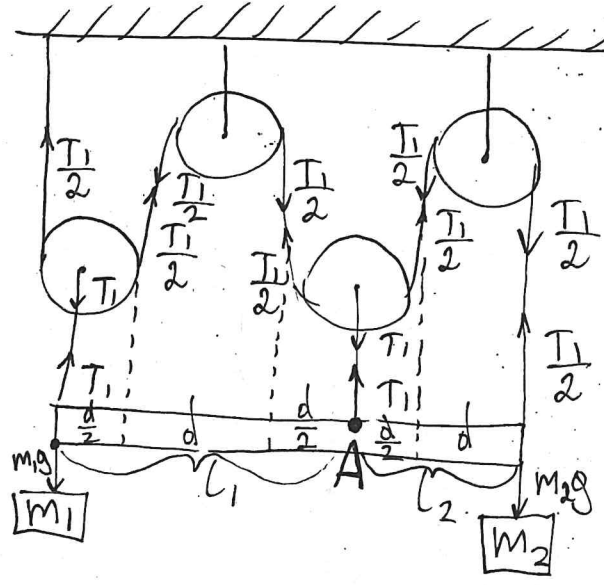
Если мы раскрывали эти скорости с одинаковыми знаками, то возможно 2 случая $V_P > V_M > V_X$ или $V_X > V_M > V_P$. (Продолжение на стр. 2)

$K_{11} \ 25$

Если мы раскрывали отн. скорости с разными знаками, то также возможны 2 случая $V_{ш} > V_{х} > V_{п}$ или $V_{п} > V_{х} > V_{ш}$.

$K_{10} \quad 25$
145

N 2



(все нити вертикальны)
в зависимости от того подвижный или неподвижный блок, расставим силы натяжения, взев за T_1 - натяжении левой нижней нити.

Т.к. рычаг не поднимается и не опускается, то

1) $T_1 + T_1 + \frac{T_1}{2} = (m_1 + m_2)g$; $2,5 T_1 = (m_1 + m_2)g$.

$K_1 \quad 35$
 $K_2 \quad 35$
 $K_4 \quad 45$

Возьмем за точку опоры рычага точку А и обозначим расстояния от нее до концов рычага l_1 и l_2 . По правилу моментов

2) $\frac{T_1}{2} l_2 + m_1 g l_1 = T_1 l_1 + m_2 g l_2$. Заметим, что т.к. нити

$K_4 \quad 45$

3) вертикальны, то в l_1 укладывается 2 диаметра блока, а в l_2 - 1,5 диаметра блока, а блоки одинаковые. тогда $l_2 = \frac{3}{4} l_1$.

$K_3 \quad 35$

4) из 2) $T_1 (\frac{l_2}{2} - l_1) = -m_1 g l_1 + m_2 g l_2$; из 1)

$\frac{(m_1 + m_2)g}{2,5} (\frac{l_2}{2} - l_1) = m_2 g l_2 - m_1 g l_1$; из 3) $\frac{m_1 + m_2}{2,5} (\frac{-5}{8} l_1) = m_2 \frac{3}{4} l_1 - m_1 l_1$

$(0,4m_1 + 0,4m_2)(\frac{-5}{8}) = \frac{3}{4} m_2 - m_1$; продолжение на стр. 3

$$-0,25m_1 - 0,25m_2 = 0,75m_2 - m_1; \quad 0,75m_1 = m_2; \quad K5-35$$

$$\frac{m_1}{m_2} = 1\frac{1}{3}. \quad \text{Ответ: } \frac{m_1}{m_2} = 1\frac{1}{3}.$$

205

N4 Дано:

$$t_0 = 20^\circ\text{C}$$

$$P = 720 \text{ Вт}$$

$$t_2 = 60^\circ\text{C}$$

$$P_1 = 2P$$

$$T = 5 \text{ мин} = 300 \text{ с}$$

$$t_{\text{кип}} = 100^\circ\text{C}$$

$$P_2 = ?$$

Решение:

Q_1 - кол-во теплоты, которое передает 1 кипятильник, Q_2 - кол-во теплоты, которое передали два кипятильника.

$$Q_1 = mvc(t_2 - t_0) = mvc(60^\circ\text{C} - 20^\circ\text{C}) = mvc \cdot 40^\circ\text{C};$$

$$Q_2 = mvc(t_{\text{кип}} - t_2) = mvc(100^\circ\text{C} - 60^\circ\text{C}) = mvc \cdot 40^\circ\text{C};$$

$$\Rightarrow Q_1 = Q_2; \quad T = \frac{Q_1}{P} + \frac{Q_2}{P_1} = \frac{Q_1}{P} + \frac{Q_1}{2P} =$$

$$= \frac{3Q_1}{2P} = \frac{3Q_1}{2P}; \quad Q_1 = \frac{2PT}{3};$$

~~$P_2 = \frac{Q_1}{T}$~~ $Q_{\text{обц}}$ - кол-во теплоты, нужное

чтобы вскипятить воду. $Q_{\text{обц}} = Q_1 + Q_2$, но т.к. $Q_1 = Q_2$; то

$$Q_{\text{обц}} = 2Q_1; \quad P_2 = \frac{Q_{\text{обц}}}{T} = \frac{2Q_1}{T} = \frac{2 \cdot 2PT}{3T} = \frac{4}{3}P;$$

$$P_2 = \frac{4}{3} \cdot 720 \text{ Вт}; \quad P_2 = 960 \text{ Вт}.$$

K5 85

Ответ: кипятильник мощностью 960 Вт.

205

N 5 Дано:

$$\rho_B = 1000 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} = 1 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$$

$$\rho_A = 900 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} = 0,9 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$$

$$a = 10 \text{ см}$$

$$V = 1 \text{ л} = 10^3 \text{ см}^3$$

$$M = 150 \text{ г}$$

$$m_A = 1 \text{ кг} = 1000 \text{ г}$$

$\Delta h = ?$

Решение:

Т.к. объём солёной воды не изменился, то

$$\rho_{св} = \frac{\rho_B \cdot V + M}{V} = \frac{1 \frac{\text{г}}{\text{см}^3} \cdot 10^3 \text{ см}^3 + 150 \text{ г}}{10^3 \text{ см}^3} = 1,15 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}; \quad K_1 \text{ 5б}$$

найдем высоту первой отметки от начального уровня воды: т.к. $\rho_A < \rho_{св}$ и лёд не касается дна, $K_2 \text{ 3б}$

$$\text{то } F_A = F_{ТЛ}; \quad \rho_{св} \cdot V_{п.з} \cdot g = \rho_A \cdot V_A \cdot g; \quad V_{п.з} = \frac{\rho_A V_A}{\rho_{св}};$$

$$\cancel{V_A} = \frac{m_A}{\rho_A}; \quad \rho_A V_A = m_A; \quad h_1 = \frac{V_{п.з}}{S} \text{ (т.к. вода поднимается на том объёме, который вытеснит лёд);}$$

$$S = a^2; \quad h_1 = \frac{m_A}{\rho_{св} \cdot a^2}; \quad h_1 = \frac{1000 \text{ г}}{1,15 \frac{\text{г}}{\text{см}^3} (10 \text{ см})^2} = 8,7 \text{ см.} \quad K_3 \text{ 2б}$$

найдем высоту второй отметки относительно начального уровня дна:

т.к. растаяла половина льда ($\frac{m_A}{2}$) то получили $\frac{1}{2} \text{ кг} = 0,5 \text{ кг}$ воды ($m_{нв}$)
 новая вода смешалась с солёной, теперь её плотность

$$\rho'_{св} = \frac{\rho_{св} \cdot V + m_{нв}}{V + \frac{m_{нв}}{\rho_B}} = \frac{1,15 \frac{\text{г}}{\text{см}^3} \cdot 10^3 \text{ см}^3 + 500 \text{ г}}{10^3 \text{ см}^3 + \frac{500 \text{ г}}{1 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}}} = 1,1 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}; \quad K_4 \text{ 3б}$$

теперь её уровень (без учёта льда) поднялся на $h_2 = \frac{m_{нв}}{\rho_{св} \cdot a^2} =$

$$= \frac{500 \text{ г}}{1 \frac{\text{г}}{\text{см}^3} \cdot (10 \text{ см})^2} = 5 \text{ см} \text{ (взяли } \rho_B, \text{ а не } \rho'_{св}, \text{ потому что растаяла чистая}$$

вода); также вода поднимается на $h_3 = \frac{V_{п.з2}}{a^2}$; найдем $V_{п.з2}$ из F_A

$$F'_A = F'_T; \quad F'_T = \frac{m_A}{2} \cdot g; \quad F'_A = \rho'_{св} \cdot V_{п.з2} \cdot g; \quad \frac{m_A}{2} \cdot g = \rho'_{св} \cdot V_{п.з2} \cdot g; \quad K_5 \text{ 3б}$$

$$V_{п.з2} = \frac{m_A}{2 \rho'_{св}} = \frac{1000 \text{ г}}{2 \cdot 1,1 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}} = 455 \text{ см}^3; \text{ тогда } h_3 = \frac{455 \text{ см}^3}{(10 \text{ см})^2} = 4,55 \text{ см}; \quad K_6 \text{ 2б}$$

вторая отметка находится на высоте $h_3 + h_2 = 5 \text{ см} + 4,55 \text{ см} = 9,55 \text{ см}$ относительно начального ур. воды. Тогда $\Delta h = 9,55 \text{ см} - 8,7 \text{ см} = 0,85 \text{ см}$. Ответ: расстояние между отметками 0,85 см.



№3. Показания сломанного динамометра $F_{сл}$ можно представить как $F_{сл} = aF + b$, где F — настоящая сила, a — погрешность, коэффициент на который изменился кунр. (например растянута пружина), b — коэффициент, на который каждый ^{раз} изменятся данные ($+b$ или $-b$) (например шкала съехала) (функция линейная)

K₂ 25K₃ 25K₄ 45

$F = mg$; найдем показания первого динамометра для m_3 :

$$F_1 = am_1g + b; F_2 = am_2g + b;$$

$$3H = a \cdot 0,15kg \cdot g + b; 4,5H = a \cdot 0,225kg \cdot g + b;$$

K₁ 25

$$3H = a \cdot 1,5H + b; 4,5H = a \cdot 2,25H + b \text{ (вычтем из второго уравнения первое)}$$

$$4,5H - 3H = a \cdot 2,25H + b - a \cdot 1,5H - b;$$

$$1,5H = a \cdot 0,75H; a = 2; b = 4,5H - 2 \cdot 2,25H = 3H - 2 \cdot 1,5H =$$

$$= 0H; \text{ тогда показания для } m_3: F_4 = 2 \cdot 0,36kg \cdot g + 0H = 7,2H.$$

Найдем показания второго динамометра для m_3 :

K₅ 55

$$F_1 = am_1g + b; F_3 = am_3g + b \text{ (} a \text{ и } b \text{ другие)}$$

$$3H = a \cdot 0,15kg \cdot g + b; 4H = a \cdot 0,225kg \cdot g + b;$$

$$3H = a \cdot 1,5H + b; 4H = a \cdot 2,25H + b; \text{ вычтем из первого второе уравн}$$

$$4H - 3H = a \cdot 2,25H + b - a \cdot 1,5H + b; 1H = 0,75H \cdot a; a = \frac{4}{3};$$

$$b = 3H - \frac{4}{3} \cdot 1,5H = 4H - \frac{4}{3} \cdot 2,25H = 1H. \text{ Тогда показания для } m_3$$

$$F_5 = \frac{4}{3} \cdot 0,36kg \cdot g + 1H = 5,8H.$$

K₆ 55

Ответ: показания первого динамометра 7,2H, второго 5,8H.

205