

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
558		Червinskaya АС	Жер

н.п.

А

Б

$$a_1 = \text{const} \quad v = \text{const} \quad a_2 = \text{const} = -a_1$$

0 $\frac{S}{3}$ $\frac{2S}{3}$ S $L(S)$

$$a_3 = \text{const} \quad v = \text{const} \quad a_4 = -a_3 = \text{const}$$

0 $\frac{L}{3}$ $\frac{2L}{3}$ L

Предположим, что расстояние приемлемое. Тогда мы можем заметить путь (L) на расстояние (S).
Ответ от этого не изменится.

Рассмотрим траекторию Антона:

$$1) \frac{S}{3} = \frac{v+0}{2} \cdot t \Rightarrow t_1 = \frac{2S}{3v}$$

$$S = \frac{v_{\text{кон}} + v_{\text{нач}}}{2} \cdot t$$

$$2) \frac{S}{3} = v \cdot t \Rightarrow t_2 = \frac{S}{3v}$$

$$3) \frac{S}{3} = \frac{0+v}{2} \cdot t \Rightarrow t_3 = \frac{2S}{3v}$$

$$t_{\text{с}} = t_1 + t_2 + t_3 = \frac{2S + S + 2S}{3v} = \frac{5S}{3v} \leftarrow \text{суммарное время Антона}$$

Теперь рассмотрим траекторию Бориса:

$$1) S_1 = \frac{v+0}{2} \cdot \frac{t}{3} \Rightarrow S_1 = \frac{v \cdot t}{6}$$

$$2) S_2 = \frac{v \cdot t}{3}$$

$$3) S_3 = \frac{0+v}{2} \cdot \frac{t}{3} \Rightarrow S_3 = \frac{v \cdot t}{6}$$

$$S_1 + S_2 + S_3 = S$$

$$\frac{v t}{6} + \frac{2v t}{6} + \frac{v t}{6} = S$$

$$2 \frac{v t}{3} = S \Rightarrow t = \frac{3S}{2v} \leftarrow \text{суммарное время Эрика}$$

$$\frac{5S}{3v} = \frac{10S}{6v}$$

$$\frac{3S}{2v} = \frac{9S}{6v}$$

$$\frac{10S}{6v} - \frac{9S}{6v} = \frac{S}{6v} \leftarrow \text{разница (}\Delta t\text{)}$$

Ответ: Антон пробежит быстрее на $\frac{S}{6v}$

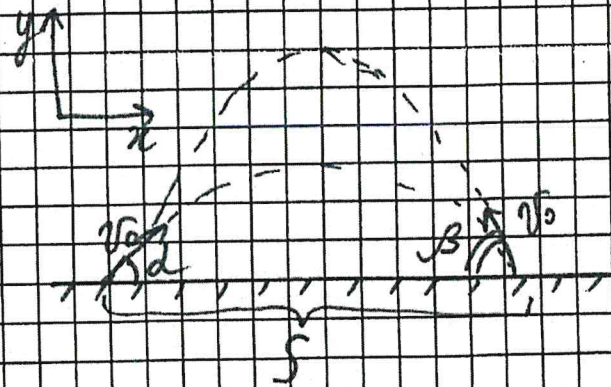
№ 2.

234. ~~max~~

$$0 = v_0 \cos \alpha t - \frac{g t^2}{2} \quad | \cdot t, \text{ т.к. } t \neq 0$$

$$v_0 \cos \alpha = \frac{g t}{2} \Rightarrow t_1 = \frac{2 v_0 \cos \alpha}{g}$$

$$t_2 = \frac{2 v_0 \cos \beta}{g}$$



$$S = v_0 \sin \alpha t_1; \quad S = v_0 \sin \beta t_2$$

$$t_1 = \frac{S}{v_0 \sin \alpha}$$

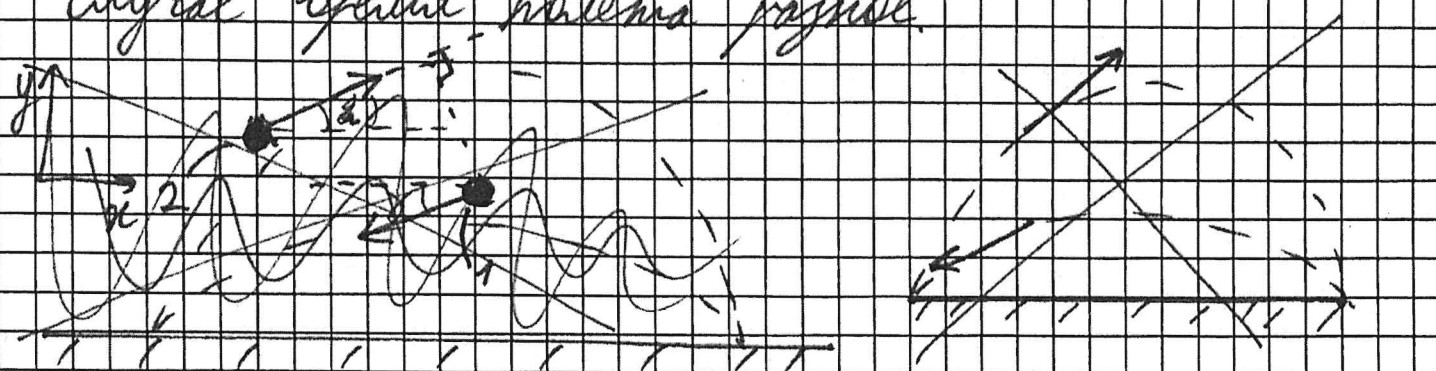
$$t_2 = \frac{S}{v_0 \sin \beta}$$

$$\frac{2 v_0 \cos \alpha}{g} = \frac{S}{v_0 \sin \alpha}$$

$$\frac{2 v_0 \cos \alpha}{g} = \frac{S}{v_0 \sin \beta}$$



Когда расстояние между шариками станет минимальным? Когда они перестанут приближаться друг к другу и начнут удаляться. Значит, в этот момент их скорости будут противоположны. Это не будет вертикаль проекции, ведь в общем случае время полета разное.



Вывод запишем 23И для шариков от $t=0$ до $t=\tau$, где τ — время, когда скорости параллельны:

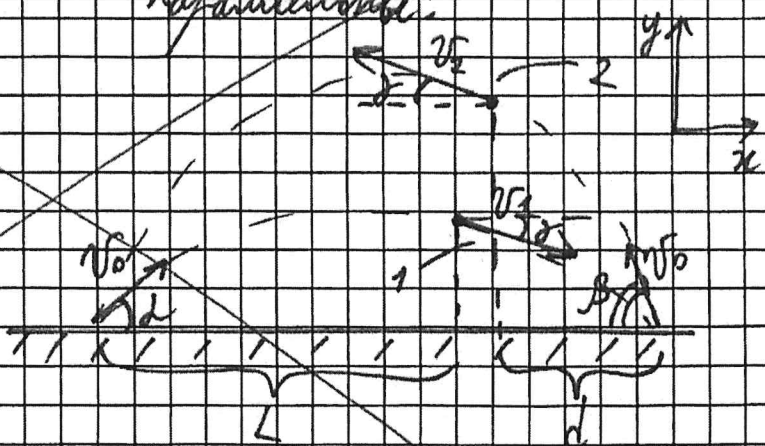
$$x: L = \frac{V_0 \cos \alpha + V_1 \cos \gamma}{2} \cdot \tau$$

$$y: h = \frac{V_0 \sin \alpha + V_1 \sin \gamma}{2} \cdot \tau$$

для второго шарика:

$$x: L = \frac{V_0 \cos \beta + V_2 \cos \gamma}{2} \cdot \tau$$

$$y: H = \frac{V_0 \sin \beta + V_2 \sin \gamma}{2} \cdot \tau$$



$$V_0 \cos \alpha = V_1 \cos \gamma \text{ и } V_0 \cos \beta = V_2 \cos \gamma, \text{ т.к. } a_n = 0$$

$$L = V_0 \cos \alpha \cdot \tau$$

$$d = V_0 \cos \beta \cdot \tau$$

$$L = S - v_0 \cdot r \cdot \cos \beta$$

$$v_0 \cos \alpha \cdot r = S - v_0 \cos \beta \cdot r$$

$$r(v_0 \cos \alpha + \cos \beta) = S \Rightarrow r = \frac{S}{v_0 \cos \alpha + \cos \beta}$$

$$\frac{2 v_0 \cos \alpha}{g} = \frac{S}{v_0 \sqrt{1 - \cos^2 \alpha}}$$

$$\frac{2 v_0 \cos \beta}{g} = \frac{S}{v_0 \sqrt{1 - \cos^2 \beta}}$$

возведем в квадрат

$$\frac{4 v_0^2 \cos^2 \alpha}{g^2} = \frac{S^2}{v_0^2 - v_0^2 \cos^2 \alpha}$$

$$\frac{4 v_0^2 \cos^2 \beta}{g^2} = \frac{S^2}{v_0^2 - v_0^2 \cos^2 \beta}$$

$$4 v_0^4 \cos^2 \alpha - 4 v_0^4 \cos^4 \alpha = S^2 g^2 \quad | : (-1)$$

$$4 v_0^4 \cos^4 \alpha - 4 v_0^4 \cos^2 \alpha = -S^2 g^2 \quad | : 4 v_0^4$$

$$\cos^4 \alpha - \cos^2 \alpha = -\frac{S^2 g^2}{4 v_0^4} \leftarrow \text{биквадратное уравнение}$$

$$D = 1 - \frac{S^2 g^2}{v_0^4}$$

$$\cos^2 \alpha = \frac{1 \pm \sqrt{1 - \frac{S^2 g^2}{v_0^4}}}{2}$$

$$\frac{S^2 g^2}{v_0^4} \leq 1 \quad \text{или}$$

Видно, могут реализовываться несколько значений угла. ~~Рациональное значение с нулем~~

cos α

Это и есть наши 2 угла.

$$\cos \alpha = \sqrt{\frac{1 + \sqrt{1 - \frac{S^2 g^2}{v_0^4}}}{2}}$$

но аналогично для угла β

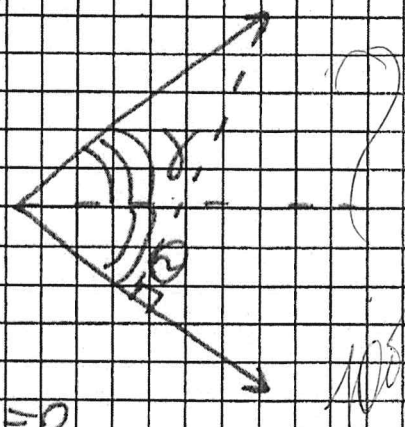
$$\cos \beta = \sqrt{\frac{1 \pm \sqrt{1 - \frac{S^2 g^2}{v_0^4}}}{2}}$$

Модуль

$$M = \sqrt{v_0^2 + v_1^2}$$

Расстояние минимальное, когда угол μ/γ скоростей минимальный, т.е. проекция одной скорости на ось, связанную с другой, максимальна $\gamma + \theta = \min$, т.е. $\cos(\gamma + \theta) = \max$

Минимум скорости на горизонтальной поверхности достигается при минимальном угле $\gamma + \theta$



Когда $\cos(\gamma + \theta) = \max$? Когда $\gamma + \theta = 0$
№ 3.

$$\eta = \frac{A_z}{Q_H} = \frac{Q_H - Q_x}{Q_H} = 1 - \frac{Q_x}{Q_H}$$

Заметим, что все процессы ~~происходят~~ пропорциональная зависимость η от T и износа. Перерисуем график в $p(V)$ координатах.

12: $p(T)$ — пропорциональная зависимость.

Значит, это износ. То же самое в 34

28: износ, как и 91

Найдем формулу для графика $p \sim V$

$$1: p_0 V_0 = \nu R 2 T_0$$

$$V_0 = \frac{2 \nu R T_0}{p_0}$$

$$1: 3 p_0 V_1 = \nu R 2 T_0$$

$$V_1 = \frac{2 \nu R T_0}{3 p_0}$$

Если $V_1 = V_0$, тогда $V_0 = 3 V_0$

В каких процессах температура в действительности повышается?

12 и 23

В каких в действительности отводится?

34 и 41

Для определения работ нам необходимо посчитать площадь под графиком.

Графиком изотермы в $p \sim V$ является гипербла

Рассмотрим 23:

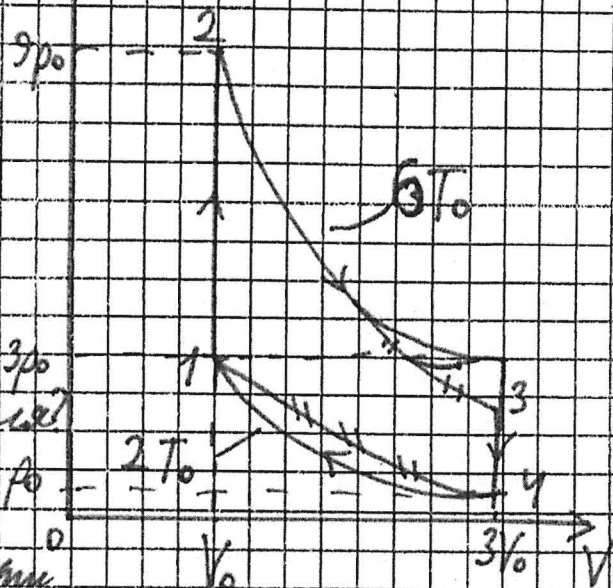
$$p = \frac{a}{V} + b$$

$$p_0 = \frac{a}{V_0} + b \Rightarrow b = p_0 - \frac{a}{V_0}$$

$$3 p_0 = \frac{a}{3 V_0} + b \Rightarrow 3 p_0 = \frac{a}{3 V_0} + p_0 - \frac{a}{V_0}$$

$$2 p_0 = \frac{a}{3 V_0} - \frac{a}{V_0} \Rightarrow a = \frac{3 \cdot 1}{18 p_0 V_0} = \frac{1}{6 p_0 V_0}$$

$$b = p_0 - p_0 = 0$$



Когда $p_2 = 3$ выходящая точка

$$p_0 = \frac{a}{V_0} \Rightarrow (a = \sqrt{RT} = p_0 V_0)$$

применим 2-3 от 2 до 3

$$p = p(V) = \frac{p_0 V_0}{V}$$

$$dp = \frac{dp_0 V_0}{dV} = p_0 V_0 \cdot \frac{1}{dV}$$

$$\int_{p_0}^{3p_0} dp = p_0 V_0 \int_{V_0}^{3V_0} \frac{1}{V} dV$$

$$-6p_0 = p_0 V_0 \cdot \ln V \Big|_{V_0}^{3V_0} = p_0 V_0 \cdot \ln 3$$

Дано:

$$V = 5000 \text{ м}^3$$

$$p = 110 \text{ кПа}$$

$$t_b = 43^\circ \text{C}$$

$$\varphi_1 = 10\% = 0,1$$

$$p_{\text{атм}} = 100 \text{ кПа}$$

$$t_u = t_d = 43^\circ \text{C}$$

$$\varphi_2 = 90\% = 0,9$$

$$p_{\text{атм}}(43^\circ \text{C}) = 1000 \text{ Па}$$

$m = ?$

✓ 5

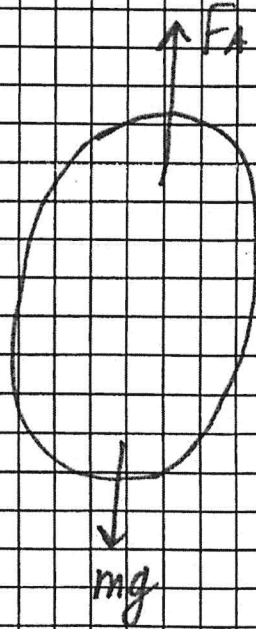
$$p_1 g V_1 = mg$$

$$\varphi = \frac{p_a}{p_{\text{атм}}} = \frac{p_a}{p_{\text{атм}}}$$

Влажный воздух

состоит из сухого воздуха и насыщенного пара.

$p_{\text{атм}}$ как и кол-во сухого воздуха зависят только от температуры.



Почему шар стал сжиматься? Как изменился, потому что изменилась плотность.

~~Но шар сжимался, потому что изменилась плотность, а не потому что изменилось давление.~~

~~На шарике у нас атмосферное давление, значит, и в этой области давление не изменилось.~~

Вследствие сжатия температура в этой области будет такая же, как и в окружающей среде. Так как давление сухого воздуха зависит только от температуры, оно не изменится.

Посчитаем его в первом случае, воспользовавшись аддитивностью давлений:

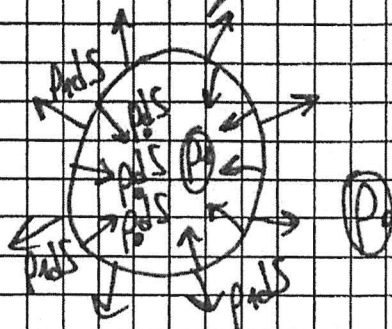
$$100 \text{ кПа} = p_{\text{св}} + 9000 \cdot 0,1 \text{ Па} \Rightarrow p_{\text{св}} = 99 \text{ 100 Па}$$

тогда ^{тогда же} давление влажного воздуха во втором случае:

$$p = \frac{p_1 \mu}{R T} \quad \frac{p_2}{p_1} = \frac{2}{1} \Rightarrow \frac{p_2}{p_1} \Rightarrow p_2 = 900 \text{ кПа}$$

Как изменится объем шара во втором случае?

$$p = \frac{F}{S}$$



$$\rho_1 V = \rho_0 V_0 \Rightarrow d = \frac{\rho_1}{\rho_0} = \frac{110 \text{ кг/м}^3}{100 \text{ кг/м}^3} = 0,1$$

Объем уgrades восстановится на $\frac{1}{10}$ радиус шара
восстановится

В формуле площади поверхности шара радиус
во второй степени, а в формуле объема шара —
в третьей. Значит, объем уменьшится в $\frac{1}{10^3}$ раз.

$$\delta = \frac{100 \text{ кг/м}^3}{110 \text{ кг/м}^3} = \frac{10}{11}$$

$$V_2 = V_1 : \left(\frac{10}{11} \right)^{\frac{3}{2}} \approx 12,34 \text{ м}^3$$

$$F_{A1} = \rho_1 g V_1 ; F_{A2} = \rho_1 g V_2$$

$$F_{A2} - F_{A1} = \rho_1 g (V_2 - V_1)$$

$$V_2 = V_1 : \left(\frac{10}{11} \right)^{\frac{3}{2}}$$

$$F_{A1} = \rho_1 g V_1 ; F_{A2} = \rho_1 g \frac{V_1}{\left(\frac{10}{11} \right)^{\frac{3}{2}}}$$

$$F_{A2} - F_{A1} = \rho_1 g V_1 \left(1 - \frac{1}{\left(\frac{10}{11} \right)^{\frac{3}{2}}} \right) \approx \rho_1 g V_1 \cdot 0,615 = \frac{\rho_1 \mu}{R T} g V_1 0,615 =$$

$$\approx 1,171 \text{ Н}$$

$$\Delta m g = 1,171 \Rightarrow \Delta m = 0,1171$$

Ответ: 0,1171 кг

100

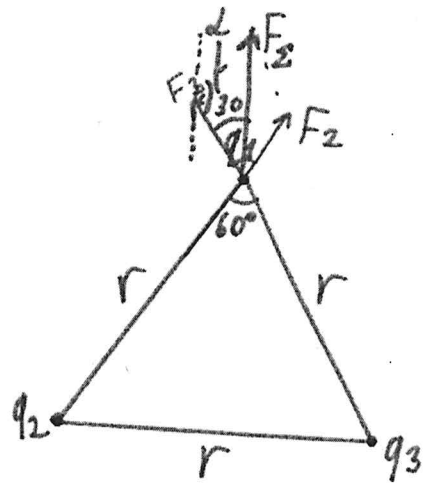
лучше!!!

✓ 4.

$$F_2 = \frac{k q_1 q_2}{r^2}$$

$$F_3 = \frac{k q_1 q_3}{r^2}$$

$$\vec{F}_2 = \vec{F}_2 + \vec{F}_3$$



$$\alpha = 180 - 30 - 30 = 120^\circ$$

$$\begin{aligned} F_{\Sigma} &= F_2^2 + F_3^2 - 2 F_2 F_3 \cdot \cos(120) = F_2^2 + F_3^2 + 2 F_2 F_3 = \\ &= \frac{k^2}{r^4} (q_1^2 q_2^2 + q_1^2 q_3^2) + \frac{k^2 q_1^2 q_2 q_3}{r^4} = \frac{k^2}{r^4} (q_1^2 q_2^2 + q_1^2 q_3^2 + q_1^2 q_2 q_3) \end{aligned}$$

$$\varphi_A - \varphi_B = E d$$

56