

135

12.03.25

Луткина Н. А.

[Подпись]

Шифр

025-2-11-123

✓1.

$$(10+a-b)^2 + (2+b-c)^2 + (3+c-a)^2$$

$$(10+a-b)^2 = x^2$$

$$(2+b-c)^2 = y^2$$

$$(3+c-a)^2 = z^2$$

$$10+a-b+2+b-c+3+c-a=15$$

$$x^2 + y^2 + z^2 \geq \frac{(x+y+z)^2}{3} = \frac{15^2}{3} = 75$$

$$x=y=z=5$$

$$a-b=-5$$

$$b-c=3$$

$$c-a=2$$

Ответ: минимальное значение выражения 75. *75*

✓2.

$$x^2 + ax + b \geq -\frac{9}{10}$$

$$f(x) \geq -\frac{1}{4}$$

$$1) f(x) = x^2 + ax + b = -\frac{1}{4}$$

$f(x)$ - парабола, открывая вверх т.к. коэф $x^2 = 1 \Rightarrow$
Нам нужно найти минимальное значение и координату x .

$$x = \frac{-a}{2 \cdot 1} = -\frac{a}{2} \Rightarrow f(-\frac{a}{2}) = (-\frac{a}{2})^2 + a(-\frac{a}{2}) + b =$$

$$= \frac{a^2}{4} - \frac{a^2}{2} + b = \frac{a^2 - 2a^2 + 4b}{4} = \frac{-a^2 + 4b}{4} = -\frac{a^2}{4} + b$$

$$\text{по условию } f(x) \geq -\frac{9}{10} \Rightarrow -\frac{a^2}{4} + b \geq -\frac{9}{10} \quad | \cdot 4$$

$$-a^2 + 4b \geq -\frac{36}{10}$$

$$b \geq \frac{a^2}{4} - \frac{36}{40} \Rightarrow \text{огранич для } b, \text{ в зависимости от } a.$$

$$2) -\frac{a^2}{4} + b \geq -\frac{1}{4}$$

$$-\frac{a^2}{4} + b \geq -\frac{9}{10}$$

$$-\frac{9}{10} \geq -\frac{1}{4}$$

$$-0,90 > -0,25$$

$$-\frac{a^2}{4} + b \geq -\frac{9}{10}; \quad a - \frac{9}{10} > -\frac{1}{4} \Rightarrow -\frac{a^2}{4} + b \geq -\frac{9}{10} > -\frac{1}{4}$$

$$-\frac{a^2}{4} + b \geq -\frac{1}{4} \quad \text{это и требовалось доказать}$$

$$a_1 = 25, a_2, a_3 \dots a_{2025} = 625.$$

$$\frac{1}{\sqrt{a_1} + \sqrt{a_2}} + \frac{1}{\sqrt{a_2} + \sqrt{a_3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{a_{2024}} + \sqrt{a_{2025}}}.$$

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

$$625 = 25 + 2024d$$

$$600 = 2024d$$

$$d = 0,29 = \frac{75}{253}.$$

$$\sqrt{a_1} + \sqrt{a_2} + \sqrt{a_3} \geq \sqrt{25} = 5 \text{ или } \sqrt{a_1} = 5 \text{ или } \sqrt{a_2} = 5 \text{ или } \sqrt{a_3} = 5$$

Нами выражение упрощается в выражение
Ответ: $\frac{1}{5}$

№4.

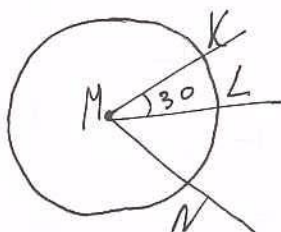
№5.

Дано:

$$S_{MNK} = 81$$

$$\angle LMN = 30$$

$$MN + MK = ?$$



Решение.

$$S = \frac{1}{2} MN \cdot MK \cdot \sin \angle LMN$$

$$81 = \frac{1}{2} MN \cdot MK \cdot \frac{1}{2}$$

$$81 = \frac{1}{4} MN \cdot MK.$$

$$MN \cdot MK = 324.$$

$$MN + MK \geq 2 \sqrt{MN \cdot MK}.$$

$$MN + MK \geq 2 \sqrt{324}$$

$$MN + MK \geq 2 \cdot 18.$$

$$MN + MK \geq 36.$$

$$\text{Ответ: } MN + MK = 36.$$