

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
17		Емелин	Ем
Шифр			01002

N 1

$$\begin{array}{r|rrrrr} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & \Sigma \\ \hline 1 & 7 & 4 & 0 & 5 & 17 \end{array}$$

$$(7+a-b)^2 + (2+b-c)^2 + (9+c-a)^2$$

Минимальное выражение положительного числа, 0^+ ,

Тогда пусть

$$9+c-a=0$$

$$c=a-9$$

$$\text{, подставим } (7+a-b)^2 + (2+b-a+9)^2 \geq$$

$$= (7+a-b)^2 + (11+b-a)^2$$

$$11+b-a=0$$

$$b=a-11$$

$$\text{, тогда } (7+a-a+11)^2 = 18^2$$

Ответ: 324

N 2

$$P(x) = x^6 + x^5 + 4x^4 + x^2 - x + 506$$

$$Q(x) = x^4 + x^3 - 4x + 1 \quad \text{— это уравнение имеет корни}$$

$$P(x) = x^2(x^4 + x^3 - 4x + 1) - x + 506, \quad Q(x) = 0, \quad \text{тогда}$$

$$P(x) = x_1^2 \cdot Q(x_1) = x_1^2 - x_1 + 506, \quad \text{аналогично}$$

$$P(x_2) = -x_2 + 506$$

$$P(x_3) = -x_3 + 506$$

$$P(x_4) = -x_4 + 506$$

$$P(x_1) + P(x_2) + P(x_3) + P(x_4) = -x_1 - x_2 - x_3 - x_4 + 506 \cdot 4 = -(x_1 + x_2 + x_3 + x_4) + 2024$$

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = -1 \quad \text{По теореме Виета}$$

Тогда

$$P(x_1) + P(x_2) + P(x_3) + P(x_4) = 2025$$

N 3

$$x^2 - 6\sqrt{x^2+1} + 11 - \cos \frac{x^2 + \sqrt{2}-4}{18} = 0$$

Рассмотрим левую часть уравнения

$$f(x) = x^2 - 6\sqrt{x^2+1} + 11 = \sqrt{x^2+1} - 6\sqrt{x^2+1} + 10$$

$$\text{Замени } \sqrt{x^2+1} = t > 0$$

$$f(t) = t^2 - 6t + 10$$

Найдём наименьшее значение $f(t)$, — это вершина параболы

$$f(0) = 3$$

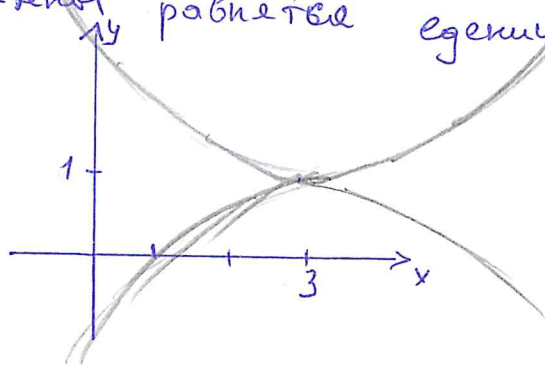
$$f(3) = 9 - 18 + 10 = 1$$

Значит

$$x^2 - 6\sqrt{x^2 + 1} = 1 \quad - \text{наименьшее значение равно } 1$$

Правая часть $-1 \leq \cos \frac{x^2 + \sqrt{x^2 + 1} - 4}{18} \leq 1$, т.е.

наибольшее значение это 1, тогда если уравнение имеет решение, то правая часть и левая часть должны равняться единице



$$\sqrt{x^2 + 1} = 3$$

$$x^2 + 1 = 3$$

$$x^2 = 2$$

$$x = \pm\sqrt{2}$$

$$x = \sqrt{2}$$

$$\cos \frac{2 + 2 - 4}{18} = 1$$

$$x = -\sqrt{2}$$

$$\cos \frac{2 - 2 - 4}{18} \neq 1$$

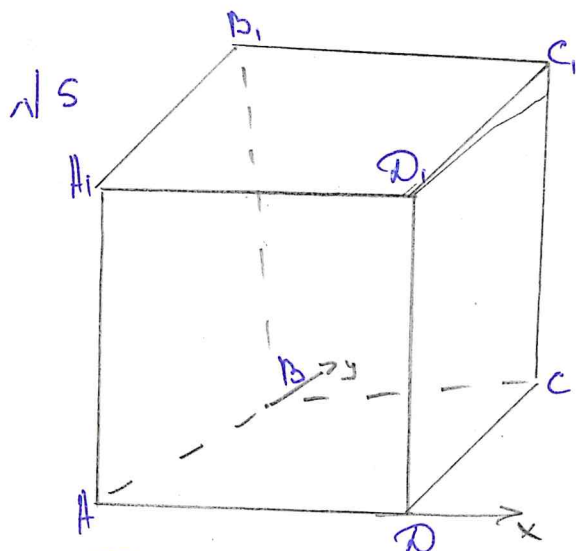
Ответ: $x = \sqrt{2}$? Проверка?
ответ неверен

№ 4

$$x_1, x_2, \dots, x_n$$

$$x_1^{n-1} + x_2^{n-1} + \dots + x_n^{n-1} = x_1 x_2 \dots x_n$$

$$(x_1 - n + 1)(x_2 - n + 1) \dots (x_n - n + 1) \geq 1$$



$$\text{Пусть } \vec{n}_1 \perp \alpha, \vec{n}_2 \perp \beta \Leftrightarrow$$

$$\cos(\alpha, \beta) = |\cos(\vec{n}_1, \vec{n}_2)|$$

В качестве $\vec{n}_1$ можно принять

$$\vec{AC} = \vec{AC} = (1, 1, 0)$$

Пусть $\vec{n}_2$ им. коорд. (p, q, z)

т.к. $CD \parallel \beta$, то $\vec{n}_2 \perp \vec{CD}$,

$$\vec{CD_1} = D_1 - C = (1, 0, 1) - (1, 1, 0) = (0, -1, 1)$$

$$\vec{n}_2 \perp \vec{CD_1} \Rightarrow \vec{n}_2 \cdot \vec{CD_1} = 0 \Rightarrow -q + z = 0, \quad \underline{z = q}$$

т.е. $\vec{n}_2$ имеет вид $(p; q; q)$

Пусть $\frac{\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2}{|\vec{n}_1| |\vec{n}_2|} = \frac{p+q}{\sqrt{2} \sqrt{p^2+q^2}}$

5.0.0 ? можно считать, что $\varphi = 1$
 требуется найти наим. $a, a > 0$ при ?
 которых ур-не $\frac{|p+1|}{\sqrt{2} \sqrt{p^2-2}} \geq a$ имеет решение p

$$2a^2 p^2 + 4a^2 = p^2 + 2p + 1$$

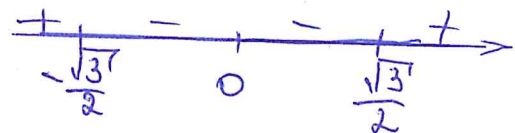
$$p^2(2a^2-1) - 2p + 4a^2 - 1 = 0$$

$$\frac{D}{4} = 1 - (2a^2-1)(4a^2-1)$$

$$8a^4 - 6a^2 + 1 - 1 = 0$$

$$2a^2(4a^2-3) \geq 0$$

*одновременное
исполнение*



$$\min(\cos \varphi) = a_{\min} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\varphi = \frac{\pi}{6}$$