

| Общий балл | Дата | Ф.И.О. Жюри | Подпись |
|------------|------|-------------|---------|
| 16         |      | Кореньков   | И       |
| Шифр       |      |             | 042001  |

$$v1 \quad (10+a-b)^2 + (2+b-c)^2 + (3+c-a)^2$$

$$\frac{\partial f}{\partial a} = 2(10+a-b)(1) + 2(3+c-a)(-1) = 20+2a-2b-b-2a+2a = 4a-2b-2c+14=0$$

$$\frac{\partial f}{\partial b} = 2(10+a-b)(-1) + 2(2+b-c)(1) = -20-2a+2b+4+2b-2c = -2a+4b-2c-16=0$$

$$\frac{\partial f}{\partial c} = 2(2+b-c)(-1) + 2(3+c-a)(1) = -4-2b+2c+b+2c-2a = -2a-2b+4c+2=0$$

$$\begin{cases} 4a-2b-2c = -14 \\ -2a+4b-2c = 16 \\ -2a-2b+4c = -2 \end{cases} \quad \begin{cases} 2a-b-c = -7 \\ b-c = 3 \end{cases} \quad \begin{cases} b = 3+c \\ 2a-(3+c)-c = -7 \\ 2a-2c = -4 \end{cases}$$

$$-2(c-2)-2(c+3)+4c = -2 \quad a-c = -2 \quad a = c-2$$

$$-2c+4-2c-6+4c = -2$$

$-2 = -2$  - тождество, значит система разрешима.

Тогда любые  $a, b, c$  удовлетворяющие условиям  $a = c-2; b = c+3$

будут давать миним. значения функции

$$c=0, \text{ то } a=-2 \quad b=3$$

$$F(-2; 3; 0) = (10-2-3)^2 + (2+3-0)^2 + (3+0+2)^2 = 5^2 + 5^2 + 5^2 = 75$$

Ответ: 75

$$v2 \quad F(x) = x^2 + ax + b$$

$$F(x) \geq -\frac{9}{10}$$

$$D = a^2 - 4b \leq 0$$

$$= \left(-\frac{a}{2}\right) = \left(-\frac{a}{2}\right)^2 + a\left(-\frac{a}{2}\right) + b = \frac{-a^2}{4} + b \geq -\frac{9}{10}$$

$$b \geq -\frac{9}{10} + \frac{a^2}{4}$$

$$F(x) \geq -\frac{1}{4}$$

Предположим, что  $D \leq 0$  и  $F\left(-\frac{a}{2}\right) \geq -\frac{1}{4}$

|   |   |   |   |   |    |
|---|---|---|---|---|----|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | Σ  |
| 5 | 2 | 7 | 2 | 0 | 16 |



| Общий балл | Дата | Ф.И.О. Жюри | Подпись |
|------------|------|-------------|---------|
|            |      |             |         |
| Шифр       |      |             |         |

Это условие будет выполняться т.к.  $-\frac{9}{10} > -\frac{1}{4} \Rightarrow -367-50!$

Значит  $f(x) \geq -\frac{1}{4}$  для всех  $x$ .

$\frac{a^2}{4}$  куда  
идет?

Эту

$$\sqrt{3} \quad \frac{1}{\sqrt{a_1} + \sqrt{a_2}} + \frac{1}{\sqrt{a_2} + \sqrt{a_3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{a_{2024}} + \sqrt{a_{2025}}}$$

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

$$a_{2025} = 625 \quad n = 2025$$

$$625 = 25 + (2025-1)d$$

$$625 = 25 + 2024d$$

$$2024d = 600$$

$$d = \frac{600}{2024} = \frac{150}{506} = \frac{75}{253}$$

$$\frac{1}{\sqrt{a_n} + \sqrt{a_{n+1}}} \cdot \frac{\sqrt{a_{n+1}} - \sqrt{a_n}}{\sqrt{a_{n+1}} - \sqrt{a_n}} = \frac{\sqrt{a_{n+1}} - \sqrt{a_n}}{a_{n+1} - a_n}$$

$$\frac{1}{\sqrt{a_n} + \sqrt{a_{n+1}}} \cdot \frac{\sqrt{a_{n+1}} - \sqrt{a_n}}{\sqrt{a_{n+1}} - \sqrt{a_n}} = \frac{\sqrt{a_{n+1}} - \sqrt{a_n}}{a_{n+1} - a_n}$$

П.к.  $a_{n+1} - a_n = d$ , то

$$\frac{\sqrt{a_{n+1}} - \sqrt{a_n}}{d}$$

$$\sum_{n=1}^{2024} \frac{\sqrt{a_{n+1}} - \sqrt{a_n}}{d}$$

$$\frac{\sqrt{a_2} - \sqrt{a_1}}{d} + \frac{\sqrt{a_3} - \sqrt{a_2}}{d} + \dots + \frac{\sqrt{a_{2025}} - \sqrt{a_{2024}}}{d}$$

$$\frac{\sqrt{a_{2025}} - \sqrt{a_1}}{d}$$

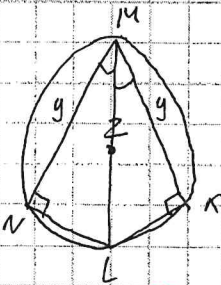
$$\frac{\sqrt{625} - \sqrt{25}}{d} = \frac{25 - 5}{\frac{75}{253}} = \frac{20 \cdot 253}{75} = \frac{1012}{75}$$

Ответ:  $\frac{1012}{75}$



| Общий балл | Дата | Ф.И.О. Жюри | Подпись |
|------------|------|-------------|---------|
|            |      |             |         |
| Шифр       |      |             |         |

N 5



Дано:  $\angle NMK$ ;  $ML$  - биссектриса.  $N, M, K \in \text{ок-та}$   
 $\angle LMN = 30^\circ$ ,  $S_{MNK} = 81$   
 $MN + MK = ?$

Решение

$MK$  - не требуется.

$\angle NLK = 120^\circ$  (сумма против углов  $N$ -угол. выпн в окр.)

т.к.  $ML$  - биссектриса, то  $\angle NLM = \angle KLM = 60^\circ$

Значит  $\triangle MNL$  и  $\triangle MKL$  - прямоуго.

$\triangle MNL$  и  $\triangle MKL$

$ML$  - общая

$\angle K$  и  $\angle N$  лежат против угла в  $30^\circ \Rightarrow \angle K = \frac{1}{2} ML$  и  $\angle N = \frac{1}{2} ML \Rightarrow \angle K = \angle N$

Сл-но  $\triangle MNL = \triangle MKL \Rightarrow MN = MK$

$x = KL$ ;  $y = MK$ ;  $z = ML$

$$\begin{cases} xy = 81 \\ z^2 = x^2 + y^2 \\ z = 2x \end{cases}$$

$$4x^2 = x^2 + y^2$$

$$3x^2 = y^2$$

$$y = x\sqrt{3}$$

$$x \cdot x\sqrt{3} = 81$$

$$x^2\sqrt{3} = 81$$

$$y = \sqrt{(6\sqrt{3\sqrt{3}})^2 - 27\sqrt{3}} = \sqrt{108\sqrt{3} - 27\sqrt{3}} = \sqrt{81\sqrt{3}} = 9\sqrt[4]{3}$$

$$9\sqrt[4]{3} \cdot 2 = 18\sqrt[4]{3}$$

$$\text{Ответ: } 18\sqrt[4]{3}$$



| Общий балл | Дата | Ф.И.О. Жюри | Подпись |
|------------|------|-------------|---------|
|            |      |             |         |
| Шифр       |      |             |         |

~ 4

$$Q(x) = x^4 + x^3 - 4x^2 + 1$$

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = -\frac{1}{1} = -1$$

$$x_1 x_2 + x_1 x_3 + x_1 x_4 + x_2 x_3 + x_2 x_4 + x_3 x_4 = -4$$

$$x_1 x_2 x_3 + x_1 x_2 x_4 + x_1 x_3 x_4 + x_2 x_3 x_4 = 0$$

$$x_1 x_2 x_3 x_4 = 1$$

$$P(x) = x^6 + x^5 - 4x^4 + x^3 - x + 50$$

$$x_i^4 = -x_i^3 + 4x_i^2 - 1$$

$$P(x_i) = x_i^6 + x_i^5 - 4x_i^4 + x_i^3 - x_i + 50$$

$$x_i^5 = x_i \cdot x_i^4 = x_i(-x_i^3 + 4x_i^2 - 1) = -x_i^4 + 4x_i^3 - x_i$$

$$x_i^6 = x_i \cdot x_i^5 = x_i(-x_i^4 + 4x_i^3 - x_i) = -x_i^5 + 4x_i^4 - x_i^3 = -(-x_i^4 + 4x_i^3 - x_i) + 4x_i^4 - x_i^3 = x_i^4 - 4x_i^3 + x_i + 4x_i^4 - x_i^3 = 5x_i^4 - 3x_i^3 + x_i$$

$$P(x_i) = -(-x_i^4 + 4x_i^3 - x_i) - x_i^4 + 4x_i^3 - 2x_i + 50 = -x_i + 50$$

$$P(x_i) = -x_i + 50$$

$$P(x_1) + P(x_2) + P(x_3) + P(x_4)$$

$$P(x_i)$$

$$P(x_1) + P(x_2) + P(x_3) + P(x_4) = (-x_1 + 50) + (-x_2 + 50) + (-x_3 + 50) + (-x_4 + 50) = -(x_1 + x_2 + x_3 + x_4) + 200$$

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = -1$$

$$P(x_1) + P(x_2) + P(x_3) + P(x_4) = -(-1) + 200 = 1 + 200 = 201$$

$$\text{Answer: } 201$$

✓