

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
21	14.03	Хлевцова	Хлевцова
21		Шифр	040006

$$3. \quad \underbrace{x^2 - 6\sqrt{x^2+1}}_{f(x)} + 11 - \underbrace{\cos \frac{x^2 + \sqrt{2}x - 4}{18}}_{\in [-1; 1]} = 0$$

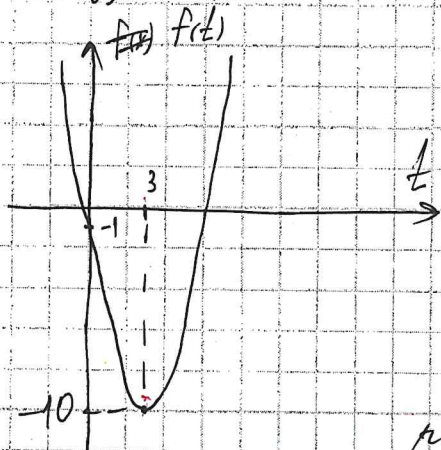
$$f(x) = x^2 - 6\sqrt{x^2+1}$$

$$\text{Пусть } t = \sqrt{x^2+1}$$

$$F(t) = t^2 - 6t - 1 \text{ — параболa } \vee$$

$$t_0 = 3$$

$$f(t_0) = -10$$



$$f(t) \in [-10; +\infty) \Rightarrow$$

$$f(x) \in [-10; +\infty)$$

$\Rightarrow$

равенство возможно только если $f(x) = -10$,

$$\text{соот-но } t = 3 = \sqrt{x^2+1}$$

$$x^2 - 6 = \sqrt{x^2+1}$$

$$x^2 = 8$$

$$x = \pm\sqrt{8} \text{ подставим}$$

$$-10 + 11 = \cos$$

$$x = \sqrt{8}$$

$$-10 + 11 - \cos \frac{8 + \sqrt{16} - 4}{18} =$$

$$= 1 - \cos \frac{4}{9} \neq 0$$

$$x = -\sqrt{8}$$

$$-10 + 11 - \cos \frac{8 - \sqrt{16} - 4}{18} =$$

$$= 1 - \cos 0 = 1 - 1 = 0 \quad \checkmark$$

$$x = -\sqrt{8}$$

Ответ: $-\sqrt{8}$

$$\begin{array}{cccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & \Sigma \\ 2 & 7 & 7 & 0 & 5 & 21 \end{array}$$

21 балла Хлевцова

70

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
Шифр			

1. $(7+a-b)^2 + (2+b-c)^2 + (9+c-2)^2 =$ *раскроем скобки*

$$= 49 + a^2 + 14a + b^2 - 14b - 2ab + 4 + 4b + b^2 + c^2 - 4c - 2bc + 81 + 18c + c^2 + a^2 - 18a - 2ac =$$

$$= 134 + \underline{a^2} + \underline{a^2} + \underline{b^2} + \underline{b^2} + \underline{c^2} + \underline{c^2} + 2(7c - 5b - 2a) - 2ac - 2bc - 2ab =$$

$$= 134 + (a-c)^2 + (a-b)^2 + (b-c)^2 + 2(7c - 5b - 2a) \quad \checkmark$$

принимает мин. значение когда

$$\begin{cases} a-b=0 \\ a-c=0 \\ b-c=0 \end{cases} \Rightarrow a=b=c$$

$$7c - 5b - 2a = 0 \quad 7c - 5c - 2c = 0$$

$a=b=c$ удовлетворяет
всем условиям $\Rightarrow$

мин. значение = 134

Ответ: 134

2. $x^6 + x^5 - 4x^4 + x^2 - x + 506 = x^2(x^4 + x^3 - 4x^2 + 1) - x + 506$

$x^4 + x^3 - 4x^2 + 1 = 0$, x_1, x_2, x_3, x_4 - корни $\Rightarrow$

$P(x_1) + P(x_2) + P(x_3) + P(x_4) = -(x_1 + x_2 + x_3 + x_4) + 506 \cdot 4$

По т. Виета для

$ax^4 + bx^3 + cx^2 + d = 0$

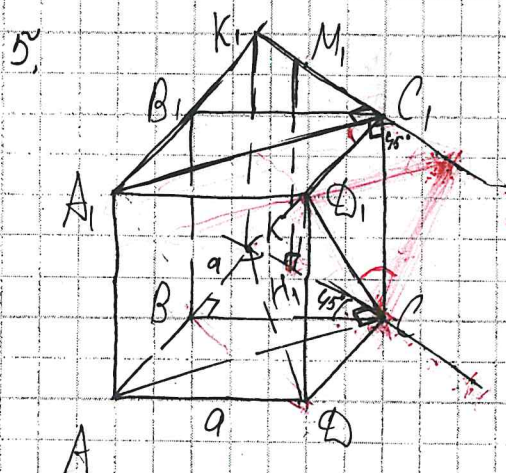
$-(x_1 + x_2 + x_3 + x_4) = b$

когда мы умножаем (корень)
трижды на x мы
 $(x-x_1)(x-x_2)(x-x_3)(x-x_4)$
получаем 3-ю степень $\Rightarrow$
для $ax^4 + bx^3 + cx^2 + d$
 $b = -(x_1 + x_2 + x_3 + x_4)$

для $Q(x)$ $b=1 \Rightarrow$

$P(x_1) + P(x_2) + P(x_3) + P(x_4) = 1 + 506 \cdot 4 = 1 + 2024 = 2025$

Ответ: 2025



проведем $C_1 K_1 \perp A_1 C_1$ $A_1 K_1 \cap K_1 E_1 = K_1$
аналогично СК

$A, C_1 \perp (C_1, K_1)$ т.к. $A, C_1 \perp C_1, C_1$
 $A, C_1 \perp K_1, C_1 \Rightarrow C_1 \cap K_1, C_1 = C_1$
 α корректен (K_1, C_1, C)

пусть $X \in (K, C, C)$

$$\beta \text{ coom-em}(\mathbb{Q}, \ell x)$$

~~И~~ ~~и~~ CX может пересекать KC , а может и нет $\Rightarrow$
($\nexists KC$ соот-тв) $\nexists \Rightarrow$

пусть X или $\in K \subset (1)$, или $\in K, P, (2)$

(1) если $X \in KC$,

нужно провести $D, H, \perp KC$ и $H, M, \parallel C, P \subset C, P \perp KC (KE \in (ABC)) \Rightarrow$
 $HM, \perp KC$

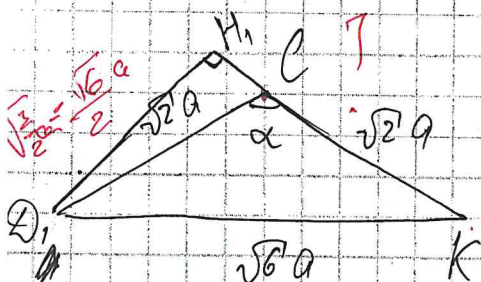
искомый $\subset - \mathbb{Q}, \mathbb{N}, \mathbb{M}$.

пусть стороны куба $= a$, тогда $Q, C = \sqrt{2} \cdot a = KC$

$$2K = \sqrt{4a^2 + a^2} = \sqrt{5}a \quad \checkmark$$

$$Q_1 K = \sqrt{5Q^2 + Q^2} = \sqrt{6}Q \quad \checkmark$$

55



по Т. косинусов

$$6Q^2 = 4Q^2 - 4\cos\alpha Q^2 \quad \checkmark$$

$$\cos \alpha = -\frac{1}{2} \Rightarrow \alpha = 120^\circ \Rightarrow$$

$$\angle Q_1CH_1 = 60^\circ \quad \angle CQ_1K = \angle CKQ_1 = 30^\circ$$

$$\angle H, D, K = 60^\circ \quad D, H, = \cancel{H} \cos 60^\circ \cdot \sqrt{6}a = \frac{\sqrt{6}a}{2} \quad \checkmark$$

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
Шифр			

$$M, H_1 = a$$

$$KH_1 = \sin 60^\circ \cdot \sqrt{6} a = \frac{3\sqrt{2}}{2} a \quad \checkmark$$

$$CH_1 = CM_1 = \frac{\sqrt{2}}{2} a$$

$$\angle C, M_1, H_1 = 45^\circ \quad \checkmark$$

по т. косинусов в $\triangle CH_1M_1$:

$$CH_1^2 = a^2 + \frac{a^2}{2} - 2 \cdot \cos 45^\circ \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} a \cdot a$$

$$CH_1 = \frac{\sqrt{2}}{2} a$$

по т. косинусов в $\triangle CH_1M_1$:

$$\frac{a^2}{2} = \frac{6}{4} a^2 + a^2 - 2 \cos \angle CH_1M_1 \cdot \frac{\sqrt{6}}{2} a^2$$

$$\cos \angle CH_1M_1 = \frac{\sqrt{6}}{3} \quad \angle CH_1M_1 = \arccos \frac{\sqrt{6}}{3}$$

(2) $X \in K, L$ если $X \perp K, L$, то X совпадает с M_1

$$CH_1 = \frac{\sqrt{2}}{2} a \quad (M_1C_1 = M_1D_1, \angle D_1C_1M_1 = 45^\circ = \angle C_1D_1M_1)$$

Заметим, что если мы будем дв. передвигать X и проводить перпендикуляры, то угол между ними будет только увеличиваться. $\Rightarrow$

Ответ: $\arccos \frac{\sqrt{6}}{3}$

$$4. \quad x_1^{n-1} + x_2^{n-1} + \dots + x_n^{n-1} = x_1 x_2 \dots x_n \Rightarrow n \geq 2$$

$$(x_1 - (n-1))(x_2 - (n-1)) \dots (x_n - (n-1)) =$$

$$x_1 x_2 \dots x_n + \dots + 1 = x_1^{n-1} + x_2^{n-1} + \dots + x_n^{n-1} + \dots + 1 \geq 1$$