

Задача 13.

Пусть в 1-ом бруске x золота и y серебра,
во 2-ом бруске a золота и b серебра,
и в 3-ем бруске c серебра.

Тогда по условию:

$$\frac{(x+y+a+b) \cdot 30}{100} = x+a;$$

$$\frac{(x+y+c) \cdot 20}{100} = x; \quad \frac{(a+b+c) \cdot 20}{100} = a;$$

Подставим x и a из 2-го и 3-го уравнения в 1-е:

$$\frac{x+y+a+b \cdot 30}{100} = \frac{(x+y+c) \cdot 20}{100} + \frac{(a+b+c) \cdot 20}{100} =$$

$$= \frac{(x+y+c+a+b+c) \cdot 20}{100} \Rightarrow$$

$$(x+y+a+b) \cdot 3 = (x+y+a+b) \cdot 2 + 4c;$$

$$x+y+a+b = 4c;$$

$$x+y+a+b+c = 5c;$$

1	2	3	4	5	6
4	4	6	4	0	18

~~Нам~~ нам нужно найти:

искомое.

$$\frac{x+a}{x+y+a+b+c} = \frac{x+a}{5c}$$

Разделим ~~уравнение~~ на 5c:

$$\frac{(x+y+a+b) \cdot 30}{100 \cdot 5c} = \frac{x+a}{5c};$$

$$\frac{4c \cdot 30}{100 \cdot 5c} = \frac{x+a}{5c};$$

$$\frac{x+a}{5c} = \frac{24}{100} \Rightarrow 24\%$$

Ответ: 24%

Задача №7.

Не ограничивая общности (так как данное выражение симметрично) предположим, что: $a \leq b \leq c$.

Если увеличивать на одно и то же число числитель и знаменатель правильной дроби, то она будет увеличиваться, а если неправильной, то уменьшаться.

Докажем это:

$$\frac{a+1}{b+1} \geq \frac{a}{b} ;$$

$$\frac{a+1}{b+1} - \frac{a}{b} \geq 0 ;$$

$$\frac{(a+1) \cdot b - a \cdot (b+1)}{(b+1) \cdot b} = \frac{ab + b - ab - a}{(b+1) \cdot b} = \frac{b - a}{(b+1) \cdot b}$$

$$= \frac{b - a}{(b+1) \cdot b}$$

знаменатель $> 0 \Rightarrow$
знак выражения
зависит только от
 $b - a$: если $b > a$, то

$$\frac{a+1}{b+1} > \frac{a}{b} \text{ и наоборот.}$$

Тогда если $a \leq b \leq c$, то две дроби уменьшаются
первая на $\frac{b-a}{(b+1) \cdot b}$, вторая на $\frac{c-b}{(c+1) \cdot c}$?

тогда если мы предположим что в исходном выражении
имеет место быть знак " $\geq$ ", то увеличение одной
дроби должно покрыть уменьшение двух других:

$$\frac{a-c}{(a+1) \cdot a} \geq \frac{b-a}{(b+1) \cdot b} + \frac{c-b}{(c+1) \cdot c} ;$$

Тогда после раскрытия скобок и приведения к общему знаменателю останется выражение:

$$c^2b^2 + c^3b + cb^2 + a^3c^2 + a^3c + a^2b^3 + a^2b^2 + a^2c^2 + a^2c + ab^3 + ab^2 - 2absc^2 - ac^2b^2 - 3absc - 2ascb^2 - a^2bce^2 - bca^2 - a^2cb^2 - a^2c^2b.$$

и оно должно быть больше 0, что не возможно

$$\Rightarrow \text{противоречие} \Rightarrow \frac{a+1}{b+1} + \frac{b+1}{c+1} + \frac{c+1}{a+1} \leq \frac{a}{b} + \frac{b}{c} + \frac{c}{a}.$$

Докажем.

Задача 2.

$$x^2 + kx + k = 0;$$

$$D = k^2 - 4k;$$

$$x = \frac{-k \pm \sqrt{k^2 - 4k}}{2} - \text{целое число} \Rightarrow$$

$$\sqrt{k^2 - 4k} - \text{целое} \Rightarrow k^2 - 4k = p^2.$$

Это возможно при $k^2 - 4k = 0;$

$$k(4-k) = 0; \Rightarrow \begin{cases} \text{или } k = 0 \\ \text{или } k = 4 \end{cases}$$

$$\text{если } k^2 - 4k \neq 0 \Rightarrow k^2 - 4k = p^2 \Rightarrow$$

$$k^2 - 4k - p^2 = 0 - \text{так}$$

$D = 16 - 4 \cdot p^2$ - так как p - целое, то требуем значения

~~$k = 1, 2, 3, 4$~~ 0, 1, 2, 3, 4, никакие для p не подходят, а дальше будет $D < 0 \Rightarrow k$ не действит $\Rightarrow$

если $k^2 - 4k \neq 0$ - противоречие, значит

$$k^2 - 4k = 0 \text{ и } k \neq 0 \text{ или } k = 4.$$

Ответ: 0,4.

Задача №1.

$$\begin{aligned}
 3^{62} - 3^{31} \cdot 2^{18} + 2^{36} &= (3^{31})^2 - 3^{31} \cdot 2^{18} + (2^{18})^2 = \\
 &= (\text{дополним до суммы кубов}) = \\
 &= (3^{31} + 2^{18}) \left((3^{31})^2 - 3^{31} \cdot 2^{18} + (2^{18})^2 \right) = \\
 &= \frac{(3^{31} + 2^{18})^3 - 3^{31} \cdot 2^{18} \cdot 3}{3^{31} + 2^{18}} = \frac{3^{93} + 2^{54}}{3^{31} + 2^{18}}.
 \end{aligned}$$

Легко заметить
? др-ва.

что у этих чисел будет равный остаток при делении на $3^{31} + 2^{18}$, следовательно, ~~это~~ дробь делится на эту число, значит дробь составная, и исходное выражение соответственно тоже.

+