Шифр 08221

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
14б	22.03.24	Гендрина	

1	2	3	4	5
0	7	7	0	0

Задание №3

Решение:

7б

Составим таблицу:

	$\omega_{зол}$	$m_{бруска}$	$m_{золота}$
1-ый брусок	$\frac{m_{з1}}{m_1}$	m_1	$m_{з1}$
2-ой брусок	$\frac{m_{з2}}{m_2}$	m_2	$m_{з2}$
серебр брусок	0	m_3	0
1-ый + 2-ой	0,3	m_1+m_2	$m_{з1}+m_{з2}$
1-ый + серебрян	0,2	m_1+m_3	$m_{з1}$
2-ой + серебрян	0,2	m_2+m_3	$m_{з2}$
1-ый+2-ой+серебр	$\frac{m_{з1}+m_{з2}}{m_1+m_2+m_3}$	$m_1+m_2+m_3$	$m_{з1}+m_{з2}$

ОДЗ:
$m_1+m_2 \neq 0$
$m_1+m_3 \neq 0$
$m_2+m_3 \neq 0$

Из таблицы следует, что
$$\begin{cases} \frac{m_{з1}+m_{з2}}{m_1+m_2} = 0,3 \\ \frac{m_{з1}}{m_1+m_3} = 0,2 \\ \frac{m_{з2}}{m_2+m_3} = 0,2 \end{cases} ; \quad \begin{cases} m_{з1}+m_{з2} = 0,3m_1+0,3m_2 \\ m_{з1} = 0,2\cdot m_1+0,2\cdot m_3 \\ m_{з2} = 0,2m_2+0,2\cdot m_3 \end{cases}$$

Вычтем из 1-ого равенства 2-ое и 3-ье: $0 = 0,3m_1+0,3m_2-0,2m_1-0,2m_3-$ $-0,2m_2-0,2m_3$; $0,4m_3 = 0,1m_1+0,1m_2 \quad |\cdot 10$; $\boxed{4m_3 = m_1+m_2}$

Теперь сложим 2-ое и 3-ье равенства: $m_{з1}+m_{з2} = 0,2m_1+0,2m_3+0,2m_2+$ $+0,2m_3$; $m_{з1}+m_{з2} = 0,2(m_1+m_2)+0,4m_3 = 0,2(4m_3)+0,4m_3 = 1,2m_3$

Продолжение на стр. 2

Место для скобы

Шифр 08221

Тогда $\frac{m_3 \cdot 1 + m_3 \cdot 2}{m_1+m_2+m_3} = \frac{1{,}2 m_3}{4m_3+m_3} = \frac{1{,}2 \cdot m_3}{5m_3} = \frac{1{,}2}{5} =$

$= \frac{24}{100} = 24\%$

Ответ: 24%

Задание №1

$3^{62} - 3^{31} \cdot 2^{18} + 2^{36} = (3^{31})^2 - 2 \cdot 3^{31} \cdot 2^{18} + 3^{31} \cdot 2^{18} + (2^{18})^2 = (3^{31} - 2^{18})^2 + 3^{31} \cdot 2^{18}$

Рассмотрим сравнения чисел 3^{31} и 2^{18} по модулю 7:

$3^{31} = (3^3)^{10} \cdot 3 = 27^{10} \cdot 3 \underset{7}{\equiv} (-1)^{10} \cdot 3 = 3$

Другое решение

$2^{18} = (2^3)^6 = 8^6 \underset{7}{\equiv} 1^6 = 1$

1,0

Тогда $(3^{31} - 2^{18})^2 + 3^{31} \cdot 2^{18} \underset{7}{\equiv} (3-1)^2 + 3 \cdot 1 = 2^2 + 3 = 4 + 3 = 7 \underset{7}{\equiv} 0$

Следовательно изначальное $3^{62} - 3^{31} \cdot 2^{18} + 2^{36}$ тоже делится на 7, а так как данное число больше 7, то среди его делителей будет 1, 7 и само число, значит $3^{62} - 3^{31} \cdot 2^{18} + 2^{36}$ — составное

ч.т.д.

7,5

Задание №2

$x^2 + kx + k = 0$, $k \in \mathbb{Z}$ $\Rightarrow$ По теореме Виета $x_1 \cdot x_2 = k$ и $x_1 + x_2 = -k$ (где x_1 и x_2 - корни квадратного трёхчлена). Хотя бы 1 корень целый, k - целое, значит из $x_1 + x_2 = -k$ следует что 2ой корень тоже целый.

$x_1 \cdot x_2 = -x_1 - x_2$; $x_1(x_2+1) = -x_2$ $|:(x_2+1) \neq 0$ (т.к. если $x_2+1=0$, то $x_2 = -1$ и $(-1)^2 - k + k = 0$, $1 = 0$ что не может быть)

Продолжение на стр. 3

Место для скобы

Шифр 08221

$x_1 = \frac{-x_2}{x_2+1}$, x_1 - целое, значит $-x_2$ делится нацело на x_2+1, а так как $|-x_2|$ отличается на 1 от $|x_2+1|$, то чтобы x_1 было целым x_2+1 должно равняться 1 или -1, то есть $x_2=-2$ или $x_2=0$ $\Rightarrow x_1=-2$ или $x_1=0$

Подставляем значения корней:

$(-2)^2-2k+k=0 \Rightarrow 4-k=0 \Rightarrow k=4$

$0^2-0k+k=0 \Rightarrow k=0$

Ответ: 0; 4