

Шифр

08056

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
22	21.03	Корякина Е.Е.	К

НЧ

1	2	3	4	5	Σ
4	7	4	7	0	22

① Пусть $y = \cos 2x$, а $z = \sin x$, тогда:

$$y \neq y^{2023} + 2024 \cdot y^{2023} = z + z^{2023} + 2024 \cdot z^{2023}$$

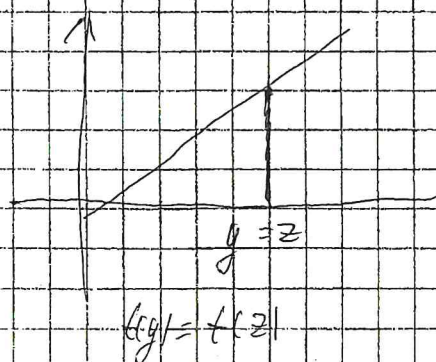
$$\text{Решим } f(y) = y^{2023} + 2024 \cdot y^{2023}, \text{ а } f(z) = z + z^{2023} + 2024 \cdot z^{2023}$$

② Найдем $f'(y)$: $f'(y) = 1 + 2023 \cdot y^{2022} + 2024 \cdot 2023 \cdot y^{2022}$. Заметим, что
 для y с тем. значением $\Rightarrow f'(y)$ всегда полож. $\Rightarrow$
 $f(y)$ всегда возрастает

③ Найдем $f'(z) = 1 + 2023 \cdot z^{2022} + 2024 \cdot 2023 \cdot z^{2022}$. Заметим, что
 для z с тем. значением $\Rightarrow f'(z)$ всегда полож. $\Rightarrow f(z)$
 всегда возрастает

④ ~~Решим~~ $f(y) = f(z)$ равносильно $y = z$ (случай)

только когда $y = z \Rightarrow$



$$⑤ \cos 4x = \sin x$$

$$1 - 2\sin^2 x = \sin x$$

$$-2\sin^2 x - \sin x + 1 = 0$$

$$2\sin^2 x + \sin x - 1 = 0$$

$$\text{Решим}$$

$$t = \sin x, \text{ где } |t| \leq 1$$

$$2t^2 + t - 1 = 0$$

$$D = 1 + 4 \cdot 2 \cdot 1 = 9$$

$$\begin{cases} t_1 = \frac{-1+3}{4} = \frac{1}{2} \\ t_2 = \frac{-1-3}{4} = -1 \end{cases}$$

$$|t| \leq 1$$

$$\begin{cases} \sin x = \frac{1}{2} \\ \sin x = -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \\ x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

1) Число $1000a + 100b + 10c + d$ можно представить в виде $1000a + 100b + 10c + d$

$$1000a + 100b + 10c + d = 11$$

$$1000a + 100b + 10c + d = 11$$

2) Число $1000a + 100b + 10c + d$ можно представить в виде $1000a + 100b + 10c + d$

$$1000a + 100b + 10c + d = 11$$

$$1000a + 100b + 10c + d = 11$$

Значит, что при $a=1, b=0, c=9, d=9$ получим 1099

$$\Rightarrow \text{используем } a=1$$

$$1000a + 100b + 10c + d = 11$$

$$1000a + 100b + 10c + d = 11$$

$$1000a + 100b + 10c + d = 11$$

Получим, что $a=1, b=0, c=9, d=9$ дает 1099

что является решением задачи

3) Ответ: 1099

4) 2

$$0 < x < \frac{1}{2}, 0 < y < \frac{1}{2}$$

$$(y-x)(y+x) > y-x$$

$$(y-x)(y+x-1) > 0$$

$$\text{вычитая } y+x-1 \text{ из } y-x: 0 < y+x < 1$$

$$-1 < y+x-1 < 0 \Rightarrow (y+x-1) \text{ отрицательно}$$

$$(y-x)(y+x-1) > 0 \Rightarrow \text{так как } y+x-1 < 0 \text{ то } (y-x) < 0$$

② $y^2 - x^2 > y - x$

$(y+x)(y^2 + xy + x^2) - (y-x) > 0$

$(y^2 - x^2)(y^2 + xy + x^2 - 1) > 0$

~~Учтем, что $y^2 - x^2 > 0$, $y^2 + xy + x^2 - 1 > 0$, $y^2 + xy + x^2 - 1 < 0$~~

Докажем, что $(y^2 + xy + x^2 - 1) < 0$, $0 < y^2 \leq \frac{1}{4}$, $0 < xy < \frac{1}{4}$, $0 < x^2 \leq \frac{1}{4}$.

Если $y^2 \neq x^2$, x, y, x^2 (НАКАЖЕНЫ), то их сумма будет < 1 .

$\Rightarrow (y^2 + xy + x^2 - 1) < 0$, y, x, y_0

3

~~Решение~~ $P(14) = 14(\dots) + 0 = 2024$

$14(\dots) = 2024 - 0$

~~Решение~~ Предположим, что $14 \mid 2024 - a_0$

② $P(107) = 107(\dots) = 2024$

Предположим, что $107 \mid 2024 - a_0$

Тогда получим: $107 \mid 2024 - a_0$

$107 \mid 2024 - a_0$

$-999 \leq a_0 \leq 999$

Значит, что 107 и 14 ПРОСТЫЕ числа, $\Rightarrow$

Тогда a_0 может делиться на 107 и 14 , только 374 .

$a_0 = 374$

$\begin{cases} 107m = 14n \\ 14n = 107k \end{cases} \Rightarrow$

$m = 14$

$k = 107$

$a_0 = 374$

Ответ: 374

5

