Место для скобы

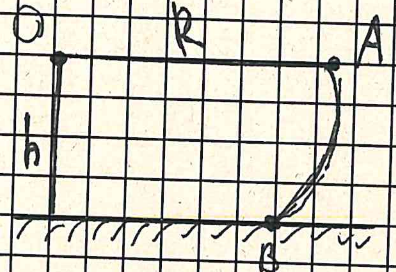
1	2	3	4	5	Σ
12	3	4	17	5	41

Шифр 09310

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
41	21.03	[illegible]	[illegible]

Задача № 1.

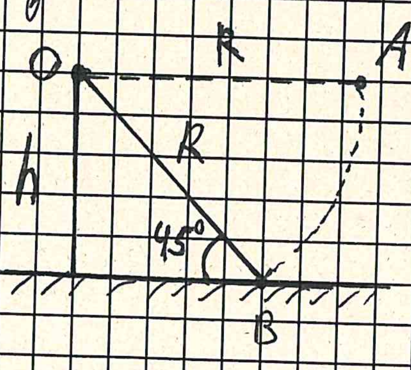


Шарик абсолютно упругий, поэтому при соударении с полом угол падения будет равен углу отражение шарик будет двигаться по окр радиуса R как на рисунке. и ударится о пол в точке B.

K3 6б

Из формулы дальности полёта $L = \frac{2v_0^2 \sin 2\alpha}{g}$ следует, что дальность максимальна при угле отражения $\alpha = 45^\circ$ => K2 2б

=> шарик должен отскочить в точке B под углом 45°.



$\frac{h}{R} = \sin 45 = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$\frac{h}{R} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ K5 2б

место для скобы

Шифр 09310

Найдём начальную скорость из ЗСЭ:

$mgh = \frac{mv_0^2}{2}$

$v_0 = \sqrt{2gh}$ К1 3б

$\Rightarrow L = \frac{2v_0^2 \sin 2\alpha}{g} = \frac{2 \cdot 2gh \cdot 1}{g} = 4h$

Ответ: $\frac{h}{R} = \frac{\sqrt{2}}{2}$; $L = 4h$

12б

Задача №4.

первое начало термодинамики

$Q = \Delta U + A'$

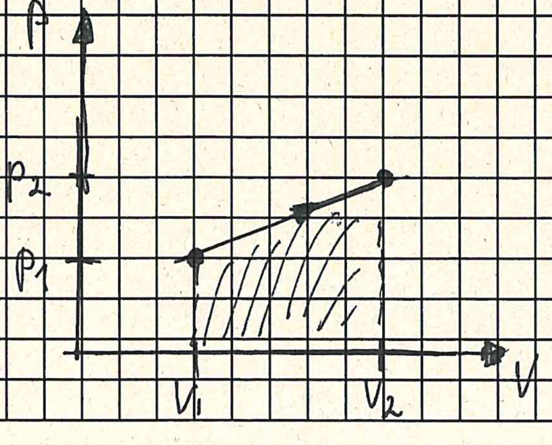
$\Delta U = Q + A$

газ одноатомный $\Rightarrow$ имеет 3 степени свободы

$\Rightarrow \Delta U = \frac{3}{2}\nu R \Delta T = \frac{3}{2}\nu R(T_2 - T_1)$, т.к. $T_2 > T_1$ К1 3б

Определим работу, которую совершает газ:

$A' = \int p\,dV \Rightarrow$ построим график процесса в координатах $(P; V)$:



$V_2 > V_1$; $P_2 > P_1 \Rightarrow$

$\Rightarrow A' > 0$

$A' = \left(\frac{P_1 + P_2}{2}\right)\left(\alpha\sqrt{T_2} - \alpha\sqrt{T_1}\right)$, К3 3б

т.к. $V_1 = \alpha\sqrt{T_1}$; $V_2 = \alpha\sqrt{T_2}$ по условию

Место для скобы

Шифр 09310

$$A' = \alpha\left(\frac{p_1+p_2}{2}\right)\left(\sqrt{T_2}-\sqrt{T_1}\right)$$

запишем ур-е Клапейрона-Менделеева для обоих состояний:

$$\begin{cases} p_1V_1 = \nu RT_1 \\ p_2V_2 = \nu RT_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} p_1 = \dfrac{\nu RT_1}{\alpha\sqrt{T_1}} \\ p_2 = \dfrac{\nu RT_2}{\alpha\sqrt{T_2}} \end{cases}$$ К2 2б

$$\Rightarrow p_1 + p_2 =$$

$$= \frac{\nu RT_1\sqrt{T_2} + \nu RT_2\sqrt{T_1}}{\alpha\sqrt{T_1T_2}} = \frac{\nu R}{\alpha}\left(\frac{\sqrt{T_1}\left(\sqrt{T_1T_2}+T_2\right)}{\sqrt{T_1T_2}}\right) =$$

$$= \frac{\nu R}{\alpha}\cdot\frac{\sqrt{T_2}\left(\sqrt{T_1}+\sqrt{T_2}\right)}{\sqrt{T_2}} = \frac{\nu R}{\alpha}\left(\sqrt{T_1}+\sqrt{T_2}\right)$$

$$\Rightarrow A' = \left(\sqrt{T_2}-\sqrt{T_1}\right)\alpha\cdot\frac{\nu R}{2\alpha}\left(\sqrt{T_1}+\sqrt{T_2}\right) =$$

$$= \frac{\nu R}{2}\left(T_2-T_1\right)$$

$$\Rightarrow Q = \frac{3}{2}\nu R\left(T_2-T_1\right) + \frac{\nu R}{2}\left(T_2-T_1\right) =$$

$$= \left(T_2-T_1\right)\left(\frac{3}{2}\nu R + \frac{1}{2}\nu R\right) = 2\left(T_2-T_1\right)\nu R$$ К4 3б

$$Q = 2\nu R\left(T_2-T_1\right)$$

место для скобы

Шифр 09310

Найдём КПД газа:

$$\eta = \frac{A'}{Q} = \frac{\nu R(T_2 - T_1)}{2} \cdot \frac{1}{2\nu R(T_2 - T_1)} =$$

$$= \frac{1}{4} = 0,25$$

$$\Rightarrow \eta = 0,25 \cdot 100\% = 25\%$$ К6 3б

Найдём среднюю молярную теплоёмкость газа:

$$C = \frac{Q}{m\Delta T} = \frac{2\nu R\Delta T}{m\Delta T} = \frac{2\nu R}{m} = \frac{2R}{\mu}$$, где

μ - молярная масса газа

К7 3б

она остаётся неизменной на протяжении всего процесса, т.к. масса газа не меняется.

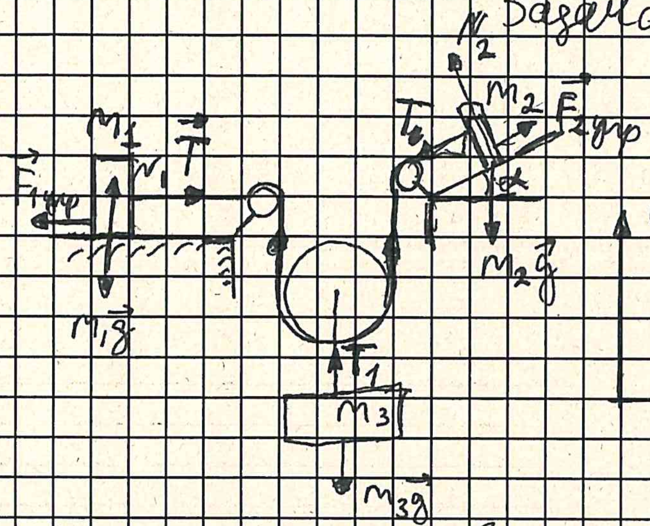
Ответ: $Q = 2\nu R(T_2 - T_1)$

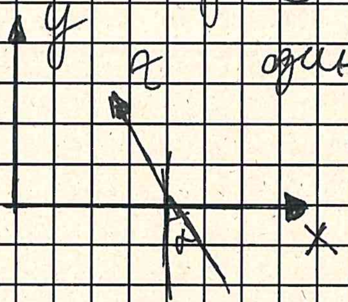
$\eta = 25\%$

$C = \frac{2R}{\mu}$

17б

Задача №2.





силы натяжения у ① и ② блока одинаковы и равны T, а у 3го блока сила натяжения T_1

1) система в равновесии $\Rightarrow$
$\Rightarrow \sum \vec{F} = 0$

$\text{II}_{\text{ч}}$ 3-й Ньютона для блоков ① и ②:

$$O_x: \begin{cases} T = \mu N_1 = \mu m_1 g \\ T = \mu N_2 = \mu m_2 g \cos\alpha \; (N_2 = m_2 g \cos\alpha) \end{cases}$$

$$O_y: \mu N_2 \sin\alpha = m_2 g + T \sin\alpha$$

$$\mu \sin\alpha \, m_2 g \cos\alpha = m_2 g + T \sin\alpha$$

$$T = \mu m_1 g$$

$$\mu \sin\alpha \cos\alpha \, m_2 g = m_2 g + m_1 g \sin\alpha \, \mu$$

$$\sin\alpha \cos\alpha = \frac{\sin 2\alpha}{2}$$

$$\frac{\mu m_2 g \sin 2\alpha}{2} = m_2 g + m_1 g \sin\alpha \, \mu$$

место для скобы

Шифр

$$\mu\left(\frac{m_2 g \sin 2\alpha}{2} - m_1 g \sin\alpha\right) = m_2 g$$

$$\mu = \frac{2m_2 g}{m_2 g \sin 2\alpha - m_1 g \sin\alpha \cdot 2} = \frac{2m_2}{m_2 \sin 2\alpha - m_1 \sin\alpha \cdot 2} =$$

$$= \frac{2m_2}{2\sin\alpha\cos\alpha\, m_2 - m_1 \sin\alpha \cdot 2} = \frac{m_2}{\sin\alpha\,(m_2\cos\alpha - m_1)}$$

$$T = \mu m_1 g = \cancel{\mu m_1 m_2 g}$$

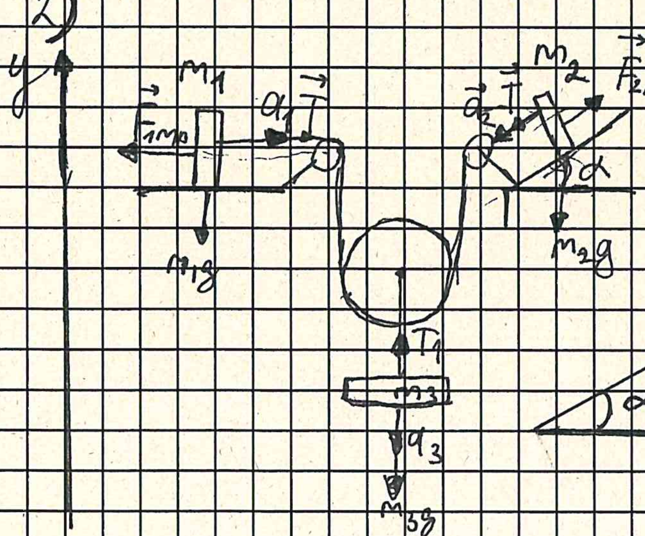
$$= \frac{m_1 m_2 g}{\sin\alpha\,(m_2\cos\alpha - m_1)}$$

для невесомого блока:

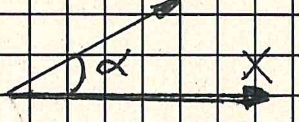
K_2 1б

$$2T = T_1 = \frac{2m_1 m_2 g}{\sin\alpha\,(m_2\cos\alpha - m_1)}$$

2)



пусть первый блок движется вправо, второй – влево, третий – вниз.



есто для
скобы

Шифр

запишем II з-н Ньютона для блоков:

$$\begin{cases} m_3a_3 = m_3g - T_1 \\ m_1a_1 = T - F_{1тр} \\ m_2a_2 = T - F_{2тр} + m_2g\sin\alpha \end{cases}$$ К8 16

$T_1 = 2T$ К9 10

силы натяжения изменятся => T стало неизвестным.

Запишем ур-е кинематической связи на Ox:

$a_{3x} = 0$, т.к. $x_3 = const$

$(x_3 - x_1) + (x_2 - x_3) = L$

$x_2 - x_1 = L \quad \Big| \frac{d^2}{dt^2}$

$a_{2x} - a_{1x} = 0$

$a_{1x} = a_{2x}$

На Oy:

$a_{y1} = 0$, т.к. $y_1 = const$

$(y_1 - y_3) + (y_2 - y_3) = L$

$2a_{3y} = a_{2y}$

$a_1 = a_{1x}$

$a_3 = a_{3y}$

есто для
скобы

Шифр

перепишем систему ур-ий ~~на~~ в проекциях на O_x и O_y:

$$\begin{cases} m a_{3y} = m_3 g - 2T \\ m_1 a_{1x} = T - \mu N_1 \\ m_2 a_{2x} = \mu N_2 \cos\alpha - T\cos\alpha \\ m_2 a_{2y} = \mu N_2 \sin\alpha - m_2 g - T\sin\alpha \end{cases}$$

$$a_{1x} = a_{2x} = a_1$$

$$2a_{3y} = a_{2y} = 2a_3$$

$\Rightarrow$ ~~$m_1 a_{3y}$~~ $=$

$$\begin{cases} m_3 a_3 = m_3 g - 2T \\ m_1 a_1 = T - \mu m_1 g \\ m_2 a_1 = \mu m_2 g \cos^2\alpha - T\cos\alpha \\ 2m_2 a_3 = \mu m_2 g \sin\alpha\cos\alpha - m_2 g - T\sin\alpha \end{cases}$$

$$\mu = \frac{m_2}{\sin\alpha(m_2\cos\alpha - m_1)}$$

$$T = \frac{m_3(g - a_3)}{2} = \frac{\mu m_2 g \sin 2\alpha}{\sin\alpha \cdot 2} - \frac{m_2 g}{\sin\alpha} - \frac{2m_2 a_3}{\sin\alpha}$$

$$m_3 g\sin\alpha - a_3 m_3 \sin\alpha = \mu m_2 g \sin 2\alpha - 2m_2 g - 4m_2 a_3$$

$$a_3(m_3\sin\alpha - 4m_2) = m_3 g\sin\alpha - \mu m_2 g \sin 2\alpha + 2m_2 g$$

$$a_3 = \frac{m_3\sin\alpha - \mu m_2 \sin\alpha\cos\alpha \cdot 2 + 2m_2}{m_3\sin\alpha - 4m_2} g$$

3

Место для скобы

Шифр

$$a_3 = \frac{m_3\sin\alpha - \frac{m_2^2\cos\alpha\cdot 2}{m_2\cos\alpha - m_1} + 2m_2}{m_3\sin\alpha - 4m_2} g =$$

$$= g\frac{m_3\sin\alpha(m_2\cos\alpha - m_1) - m_2^2\cos\alpha\cdot 2 + 2m_2(m_2\cos\alpha - m_1)}{(m_3\sin\alpha - 4m_2)(m_2\cos\alpha - m_1)}$$

$$= \frac{(m_2\cos\alpha - m_1)(m_3\sin\alpha + 2m_2) - 2m_2^2\cos\alpha}{(m_3\sin\alpha - 4m_2)(m_2\cos\alpha - m_1)} g$$

$$a_1 = \frac{T}{m_1} - \mu g = \frac{m_3(g - a_3)}{2m_1} - \frac{m_2 g}{\sin\alpha(m_2\cos\alpha - m_1)}$$

$$a_2 = \sqrt{a_{2x}^2 + a_{2y}^2} = \sqrt{a_1^2 + 4a_3^2}$$

Ответ: 1) $\mu = \frac{m_2}{\sin\alpha(m_2\cos\alpha - m_1)}$

$$T = \frac{m_1 m_2 g}{\sin\alpha(m_2\cos\alpha - m_1)}$$

$$T_1 = 2T$$

2) $a_3 = \frac{(m_2\cos\alpha - m_1)(m_3\sin\alpha + 2m_2) - 2m_2^2\cos\alpha}{(m_3\sin\alpha - 4m_2)(m_2\cos\alpha - m_1)} g$

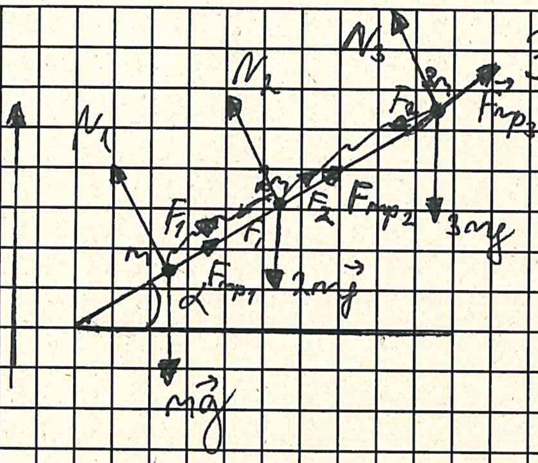
$$a_1 = \frac{m_3(g - a_3)}{2m_1} - \frac{m_2 g}{\sin\alpha(m_2\cos\alpha - m_1)}$$

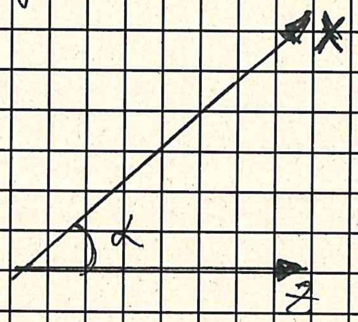
$$a_2 = \sqrt{a_1^2 + 4a_3^2}$$

Место для скобы

Шифр

Задача № 5.





$$\sum \vec{F_i} = 0$$

Запишем II-й 3-н Ньютона на Ox:

к 1б

$$\begin{cases} F_1 + \mu mg\cos\alpha - mg\sin\alpha = 0 \\ F_2 - F_1 + 2\mu mg\cos\alpha - 2mg\sin\alpha = 0 \\ 3\mu mg\cos\alpha - F_2 - 3mg\sin\alpha = 0 \end{cases}$$

к 1б

к 1б

$F_1 = k\Delta x_1$ к5 1б

$F_2 = k\Delta x_2$

Δx_1 и Δx_2 – растяжение пружин (1) и (2) – максимальные.

$$k\Delta x_1 = mg\sin\alpha - \mu mg\cos\alpha = mg(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)$$

$$k\Delta x_2 = 2mg(\mu\cos\alpha - \sin\alpha) + mg(\sin\alpha - \mu\cos\alpha) =$$

$$= mg(2\mu\cos\alpha - 2\sin\alpha + \sin\alpha - \mu\cos\alpha) =$$

$$= mg(\mu\cos\alpha - \sin\alpha)$$

$$\Delta x_2 = \frac{mg}{k}(\mu\cos\alpha - \sin\alpha)$$

$$\Delta x_1 = \frac{mg}{k}(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)$$

Место для скобы

$$\Delta x_2 = \frac{mg}{k}\left(2\operatorname{tg}\alpha\cos\alpha - \sin\alpha\right) =$$

$$= \frac{mg}{k}\left(2\sin\alpha - \sin\alpha\right) = \frac{mg}{k}\sin\alpha$$

$$\Delta x_1 = \frac{mg}{k}\left(\sin\alpha - 2\operatorname{tg}\alpha\cos\alpha\right) = -\frac{mg}{k}\sin\alpha < 0 \Rightarrow$$

$\Rightarrow$ растяжение Δx_1 уменьшает расстояние L между крайними грузами.

оптимальная для нас ситуация достигаемая при максимальном растяжении второй пружины:

$F_2 = 3mg\sin\alpha$

$\Delta x_2 = \frac{3mg\sin\alpha}{k}$

тогда

$F_1 = 3mg\sin\alpha - 2mg\sin\alpha + 2\mu mg\cos\alpha =$

$= mg\sin\alpha + 2mg\sin\alpha = 3mg\sin\alpha \Rightarrow$ К3 1б

$\Rightarrow \Delta x_1 = \frac{3mg\sin\alpha}{k}$

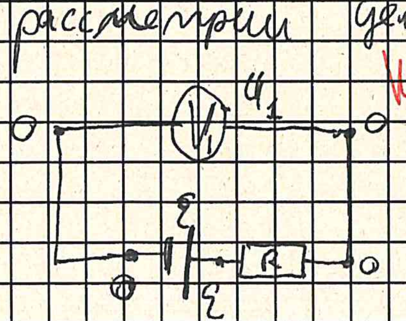
$\Rightarrow L = 2L_0 + \Delta x_1 + \Delta x_2 =$

$= 2L_0 + \frac{6mg\sin\alpha}{k} = \frac{2kL_0 + 6mg\sin\alpha}{k}$

Ответ: $L = 2L_0 + \frac{6mg\sin\alpha}{k}$ 5б

Задача №3

рассмотрим цепь с элементом Вестона:



К1 2б

расставим потенциалы.

тогда $\frac{U_1}{R} = \frac{\mathcal{E}}{R} \Rightarrow \mathcal{E} = U_1$ —

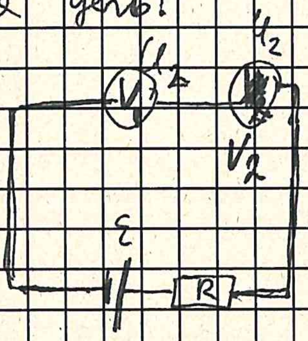
— ЭДС элемента Вестона

(по з-ну Ома для полной цепи.

есто для
скобы

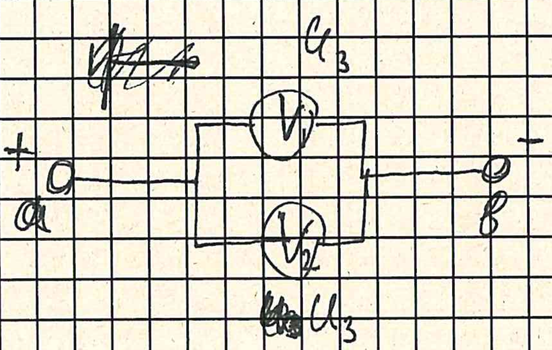
Шифр

Вторая цепь:



К1 2б

третья цепь:



чтобы вольтметр можно было считать идеальным, значения U_1, U_2, U_3 должны относиться как

$$U_1 : U_2 : U_3 = 1 : 1 : \frac{1}{2}$$

Ответ: $\mathcal{E} = U_1$

$$U_1 : U_2 : U_3 = 1 : 1 : \frac{1}{2}$$

4б