

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
15		Евгений	Евгений
Шифр			042281

1	2	3	4	5	Σ
3	5	3	3	1	15

№1

Дано a, b, c - действ. числа, мин. знач.?

$$(7+a-b)^2 + (2+b-c)^2 + (9+c-a)^2.$$

Решение

$$(7+a-b)^2 + (2+b-c)^2 + (9+c-a)^2,$$

$$f(a, b, c) = (7+a-b)^2 + (2+b-c)^2 + (9+c-a)^2,$$

$$\frac{\partial f}{\partial a} = 2(7+a-b) \cdot 1 + 2(9+c-a) \cdot (-1) = 0,$$

$$\frac{\partial f}{\partial b} = 2(7+a-b) \cdot (-1) + 2(2+b-c) \cdot 1 = 0,$$

$$\frac{\partial f}{\partial c} = 2(2+b-c) \cdot (-1) + 2(9+c-a) \cdot 1 = 0,$$

$a=6, b=5, c=4$, ? *обсуждаем значения и*
поэтому это
минимум?

$$(7+6-5)^2 + (2+5-4)^2 + (9+4-6)^2 = 108$$

Ответ мин. знач. = 108

не
обоснованно

№2

Дано $P(x) = x^6 + x^5 - 4x^4 + x^2 - x + 506$, $Q(x) = x^4 + x^3 - 4x^2 + 1$,

$P(x_1) + P(x_2) + P(x_3) + P(x_4) = ?$, где x_1, x_2, x_3, x_4 - корни $Q(x)$.

Решение

$$P(x) = Q(x) \cdot S(x) + R(x),$$

$$P(x_i) = R(x_i),$$

если $\deg Q(x) = 4$, то $\deg R(x) \leq 3$

$$\frac{P(x)}{Q(x)} = R(x) = 506.$$

$$P(x_1) + P(x_2) + P(x_3) + P(x_4) = R(x_1) + R(x_2) + R(x_3) + R(x_4) =$$

$$= 4 \cdot 506 = 2024.$$

Омск. 2024.

№3.

$$x^2 - 6\sqrt{x^2 + 1} + 11 - \cos \frac{x^2 + \sqrt{2x^2 - 4}}{18} = 0. \quad ?$$

1). $y = \sqrt{x}$, тогда $x = y^2$,

$$y^4 - 6y + 1 =$$

$$y^4 - 6y + 1 - \cos \frac{\sqrt{2y^2 - 4}}{18} = 0,$$

2). $-1 \leq \cos z \leq 1$, значит $1 \leq 1 - \cos \frac{\sqrt{2y^2 - 4}}{18} \leq 2$,

3). $y^4 - 6y + 1$,

$$\frac{d}{dy}(y^4 - 6y) = 4y^3 - 6,$$

$$4y^3 - 6 = 0 \Rightarrow y^3 = \frac{3}{2} \Rightarrow y = \sqrt[3]{\frac{3}{2}},$$

если $y = 0$, то $f(0) = 1$,

если $y = 1$, то $f(1) = 1 - 6 + 1 = -4$,

если $y = 2$, то $f(2) = 16 - 12 + 1 = 5$.

4). $y^4 - 6y + 1 = 1 - \cos \frac{\sqrt{2y^2 - 4}}{18} \geq 0$,

$$x \geq 4,$$

$$\sqrt{x} = \sqrt{4} = 2, \quad x^2 = 16$$

$$x^2 - 6\sqrt{x} + 1 = 16 - 6 \cdot 2 + 1 = 16 - 12 + 1 = 5,$$

$$\frac{\sqrt{2x} - 4}{18} = \frac{\sqrt{8} - 4}{18} = \frac{2\sqrt{2} - 4}{18},$$

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
Шифр			

$$2\sqrt{2} \approx 2,828, \text{ тогда } \frac{2,828-4}{18} \approx \frac{-1,172}{18} \approx -0,0651$$

$$\cos(-0,0651) \approx \cos(0,0651) \approx 0,9949$$

$$x^2 - 6\sqrt{x} + 1 - \cos \frac{\sqrt{2}x-4}{18} = 0$$

$$5 - 0,998 \approx 4,002$$

Ответ 4.

14

Дано. Для полож. чисел $x_1, x_2, \dots, x_n$ таких, что $x_1^{n-1} + x_2^{n-1} + \dots + x_n^{n-1} = x_1 x_2 \dots x_n$,

$(x_1 - n + 1)(x_2 - n + 1) \dots (x_n - n + 1) \geq 1$ - доказ. неравенство

Решение.

$$1) \sum_{i=1}^n x_i^{n-1} = x_1 x_2 \dots x_n$$

$$\prod_{i=1}^n (x_i - n + 1) \geq 1 \quad ?$$

$$2) \frac{x_1^{n-1} + x_2^{n-1} + \dots + x_n^{n-1}}{n} \geq \sqrt[n]{x_1^{n-1} x_2^{n-1} \dots x_n^{n-1}}, \text{ по т. о.}$$

$$\frac{x_1 x_2 \dots x_n}{n} \geq \sqrt[n]{(x_1 x_2 \dots x_n)^{n-1}}$$

делаем $(x_1 x_2 \dots x_n)^{n-1}$:

$$\frac{(x_1 x_2 \dots x_n)^n}{n^n (x_1 x_2 \dots x_n)^{n-1}} \geq 1 \Rightarrow \frac{x_1 x_2 \dots x_n}{n^n} \geq 1$$

3) т. к. $x_i^{n-1} \geq n-1$, то $x_i \geq n-1+1=n$, тогда:

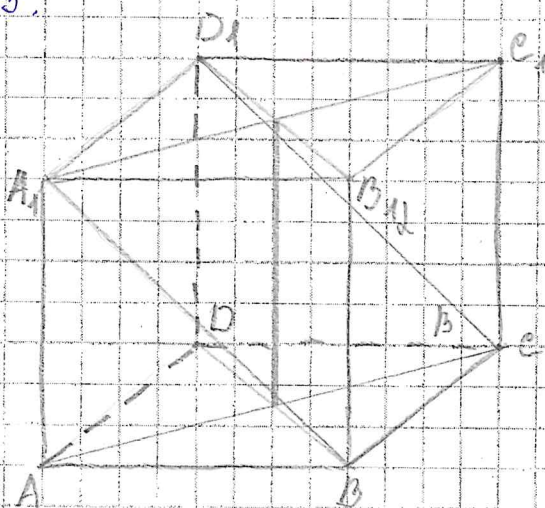
$$x_i - n + 1 \geq 1$$

$$\prod_{i=1}^n (x_i - n + 1) \geq 1$$

т. и м. г.

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
Шифр			

№5.



Дано. $AB \dots D_1$ -куб,

$l \perp A_1C_1$, $B_1M \parallel CD_1$,

найти угол между l и B_1M - ?

Решение.

$l \perp A_1C_1$, значит, $n_l = (1; 1; 0)$,

$B_1M \parallel CD_1$, значит, $n_{B_1M} = (0; 1; 0)$

$$\cos \varphi = \frac{n_l \cdot n_{B_1M}}{|n_l| \cdot |n_{B_1M}|},$$

$$(1; 1; 0) \cdot (0; 1; 0) = 1,$$

$$|n_l| = \sqrt{1^2 + 1^2 + 0^2} = \sqrt{2},$$

$$|n_{B_1M}| = \sqrt{0^2 + 1^2 + 0^2} = 1$$

$$\cos \varphi = \frac{1}{\sqrt{2} \cdot 1} = \frac{\sqrt{2}}{2} = 45^\circ$$

ответ 45° .