

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
425		Червонская Н. М.	Мер
Шифр			013873

N1

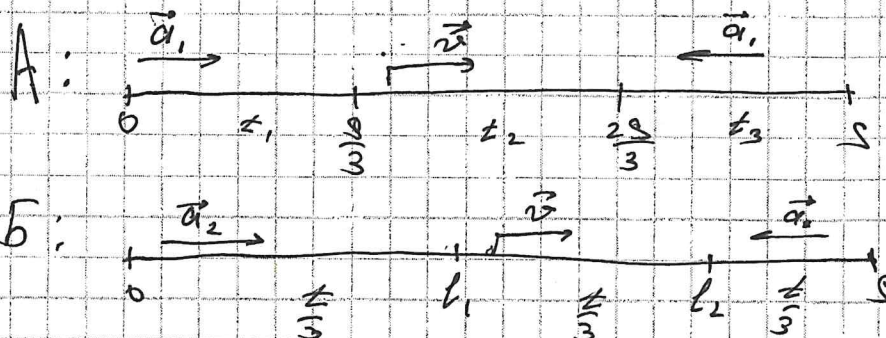
Дано:

$S = 12$

Найти:

кто первый?

22-?



1) Для Антоха:

$$1 \text{ yr. } \frac{S}{3} = \frac{0+12}{2} \cdot t_1 = \frac{12}{2} t_1 \Rightarrow t_1 = \frac{2S}{3 \cdot 12}$$

$$2 \text{ yr. } \frac{S}{3} = 12 t_2 \Rightarrow t_2 = \frac{S}{3 \cdot 12}$$

$$3 \text{ yr. } \frac{S}{3} = \frac{12}{2} t_3 \Rightarrow t_3 = \frac{2}{3} \frac{S}{12}$$

$$T_1 = t_1 + t_2 + t_3 = \left(\frac{2}{3} + \frac{2}{3} + \frac{1}{3} \right) \frac{S}{12} = \frac{5}{3} \frac{S}{12}$$

T_1 - общее время Антоха

2) Для Бориса:

$$1 \text{ yr. } l_1 = \frac{0+12}{2} \cdot \frac{t}{3} \Rightarrow t = \frac{6l_1}{12}$$

$$2 \text{ yr. } l_2 = 12 \cdot \frac{t}{3} \Rightarrow t = \frac{3l_2}{12}$$

$$3 \text{ yr. } l_3 = \frac{0+12}{2} \cdot \frac{t}{3} \Rightarrow t = \frac{6l_3}{12}$$

Заметим, что $l_1 = l_3 = 2l_2$

$$\text{Тогда } S = l_1 + l_3 + l_2 = \frac{5}{2} l_1 \Rightarrow l_1 = \frac{2S}{5}$$

$$\text{Тогда } t = \frac{6l_1}{12} = \frac{6 \cdot \frac{2S}{5}}{12} = \frac{12S}{5 \cdot 12} = \frac{S}{5} = T_2$$

3) Сравним T_1 и T_2 : T_2 - общее время Бориса

$$T_1 = \frac{5}{3} \frac{S}{12}$$

$$T_2 = \frac{12}{5} \frac{S}{12}$$

$\Rightarrow T_2 > T_1$ т.к. $\frac{12}{5} > \frac{5}{3} \Rightarrow$ Антон быстрее

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
Шифр			913073

✓ 1 (продолжение)

$$b) \Delta t = t_2 - t_1 = \left(\frac{12}{5} - \frac{5}{3} \right) \frac{8}{28} = \frac{11}{15} \frac{8}{28}$$

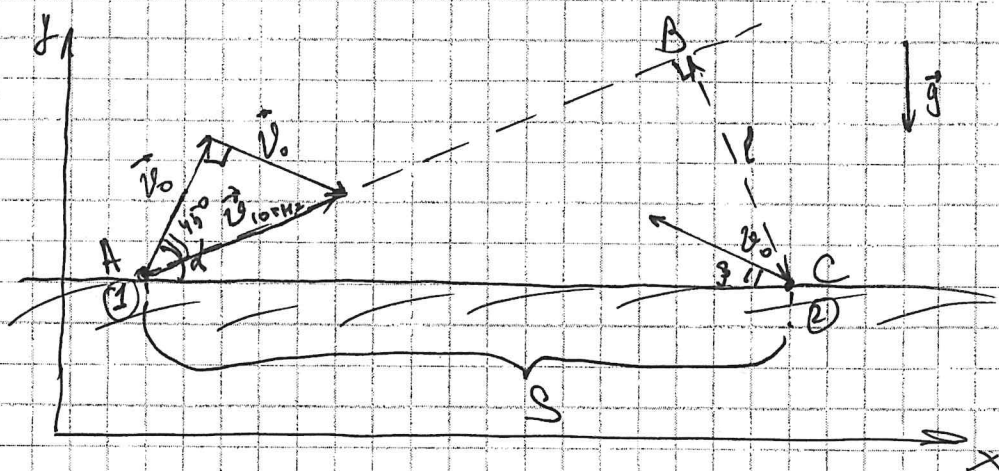
Отсюда: $28 = \frac{118}{15 \Delta t}$

Ответ: 1. Антон приехал быстрее —
2. $28 = \frac{118}{15 \Delta t}$ ✓

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
Шифр			

№ 2

Дано:
 S, l
Найти:
 $v_0 - ?$



1) Т.к. начальные скорости одинаковы, а траектория не перемещается, то и время полета одинаково, то инициалы бросают по "нависной" и "настильной" траектории. Тогда из формулы $S = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}$ (α - угол броска) следует, что $\alpha + \beta = 90^\circ$ (α и β обозначаются тем же символом)

2) Перейдем в с.о. (2) шарика:

$$\text{ЗСС: } \vec{v}_2 = \vec{v}_{\text{полн}} + \vec{v}_1$$

$$\vec{v}_{\text{полн}} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1 \Rightarrow v_{\text{полн}} = v_0 \sqrt{2}$$

$$\text{ЗСУ: } \vec{a}_2 = \vec{a}_{\text{полн}} + \vec{a}_1 \Rightarrow a_{\text{полн}} = g - g = 0$$

$a_{\text{полн}} = 0 \Rightarrow$ движение прямолинейное по углу $\alpha = 45^\circ$ к горизонту.

Минимальное расстояние равно длине перпендикуляра к прямой движения шарика в с.о. (2) шарика и равно l по условию.

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
Шифр			

№ 2 (продолжение)

3) Рассмотрим $\triangle ABC$ (см. рисунок):

$$\angle B = 90^\circ$$

$$AC = S$$

$$BC = l$$

$$\Rightarrow AB = \sqrt{S^2 - l^2}$$

Тогда по формуле Равнобеж. углов: $AB = v_{\text{гориз.}} t$
 $\sqrt{S^2 - l^2} = v_0 \sqrt{2} t \quad (1)$

$$t = \frac{S}{v_0 \sqrt{2}}$$

4) В АСО: Оу: $0 = v_0 \sin \alpha t - \frac{gt^2}{2}$
 $t = \frac{2v_0 \sin \alpha}{g}$

Ох: $S = v_0 \cos \alpha t$

$$\cos \alpha = \frac{S}{v_0 t}$$

$$\sin \alpha = \sqrt{1 - \cos^2 \alpha} = \sqrt{1 - \frac{S^2}{v_0^2 t^2}}$$

$$t = \frac{2v_0}{g} \cdot \sqrt{1 - \frac{S^2}{v_0^2}}$$

6(1): $\sqrt{S^2 - l^2} = v_0 \sqrt{2} \cdot \sqrt{1 - \frac{S^2}{v_0^2}}$

$$S^2 - l^2 = v_0^2 \cdot 2 \cdot \left(1 - \frac{S^2}{v_0^2}\right)$$

$$S^2 - l^2 = v_0^2 \sqrt{2} - S^2 \sqrt{2}$$

$$v_0^2 \sqrt{2} = S^2 (1 + \sqrt{2}) - l^2$$

$$v_0 = \sqrt{\frac{S^2 (1 + \sqrt{2}) - l^2}{\sqrt{2}}}$$

Ответ: $v_0 = \sqrt{\frac{S^2 (1 + \sqrt{2}) - l^2}{\sqrt{2}}}$

120

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись

Шифр

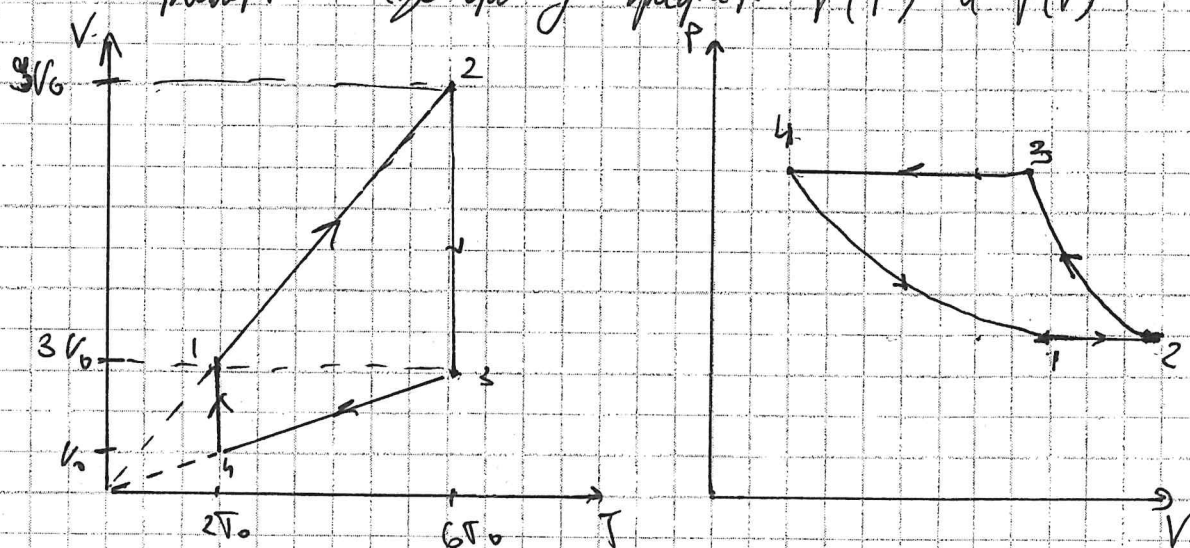
№3

Дано:
 $i=3$
 $V(T)$

Найти:

η ?

Примерно изобразите график $P(T)$ и $P(V)$



1) процесс:

1-2: $P_1 = \text{const}$; 2-3: $T_2 = \text{const}$

3-4: $P_3 = \text{const}$; 4-1: $T_1 = \text{const}$

Тогда: $P_1 = P_2$; $P_3 = P_4$; $T_1 = T_4$; $T_2 = T_3$

$$2) \eta = \frac{Q_{\text{н}} - |Q_{\text{х}}|}{Q_{\text{н}}}$$

3) ~~1-2: $P = \text{const}$~~ : 1 Карано Термодинамики $Q = \Delta U + A$

$$1-2: P_1 = \text{const} \quad Q_{12} = \frac{3}{2} \nu R \Delta T_{12} + P_1 (V_2 - V_1)$$

$$Q_{12} = \frac{3}{2} \nu R (T_2 - T_1) + \frac{\nu R T_1}{V_1} (V_2 - V_1)$$

$$\text{Из } 4-1: T_2 - T_1 = 4T_0; \quad P(V_2 - V_1) = 9V_0 - 3V_0 = 6V_0$$

$$Q_{12} = \frac{3}{2} \nu R \cdot 4T_0 + \frac{\nu R \cdot 2T_0}{3V_0} \cdot 6V_0 = 10 \nu R T_0 > 0$$

2-3: $T_2 = \text{const}$:

$$Q_{23} = 0 + \frac{\nu R T_2}{P_2} \ln \left(\frac{V_3}{V_2} \right) = \frac{\nu R T_2}{P_2} \ln \frac{V_3}{V_2} =$$

$$= \frac{\nu R \cdot 6T_0}{9V_0} \ln \left(\frac{1}{3} \right) = - \frac{6 \nu R T_0}{9V_0} \ln 3 = -6 \nu R T_0 \ln 3 < 0$$

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
Шифр			

№3 / продолжение)

4)

3-4: $p_3 = \text{const}$ $Q_{34} = \Delta U_{34} + A_{34}$

$$\Delta U_{34} = \frac{5}{2} \sqrt{R} \Delta T_{34} = \frac{3}{2} \sqrt{R} (T_4 - T_3) =$$

$$= -\frac{3}{2} \sqrt{R} \cdot 4 T_0 = -6 \sqrt{R} T_0$$

$$A_{34} = p_3 (V_4 - V_3) = \frac{p_3 T_3}{V_3} (V_4 - V_3) =$$

$$= -\frac{\sqrt{R} \cdot 6 T_0}{3 V_0} \cdot 9 V_0 = -4 \sqrt{R} T_0$$

$$Q_{34} = -10 \sqrt{R} T_0$$

4-1: $T_1 = \text{const}$: $Q_{41} = 0 + A_{41}$

$$A_{41} = \sqrt{R} T_1 \ln \frac{V_1}{V_4} = \sqrt{R} \cdot 2 T_0 \ln \left(\frac{3 V_0}{V_0} \right) =$$

$$Q_{41} = 2 \sqrt{R} T_0 \ln 3$$

4) Заметим, что по условию нужно найти КПД, термобой машины. Цикл 1-2-3-4 не является циклом термобой машины т.е. $A_{\text{цикл}} \leq 0$. Тогда рассмотрим цикл 4-3-2-1 который будет циклом терм. машины.

В этом цикле:

$$Q_{43} = -Q_{34} = 10 \sqrt{R} T_0 > 0$$

$$Q_{32} = -Q_{23} = 6 \sqrt{R} T_0 \ln(3) > 0$$

$$Q_{21} = -Q_{12} = -10 \sqrt{R} T_0 < 0$$

$$Q_{14} = -Q_{41} = -2 \sqrt{R} T_0 \ln(3) < 0$$

$$Q_{\text{н}} = Q_{43} + Q_{32} = \sqrt{R} T_0 (10 + 6 \ln(3))$$

$$Q_{\text{х}} = Q_{21} + Q_{14} = -\sqrt{R} T_0 (10 + 2 \ln(3))$$

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
Шифр			

№3 (продолжение)

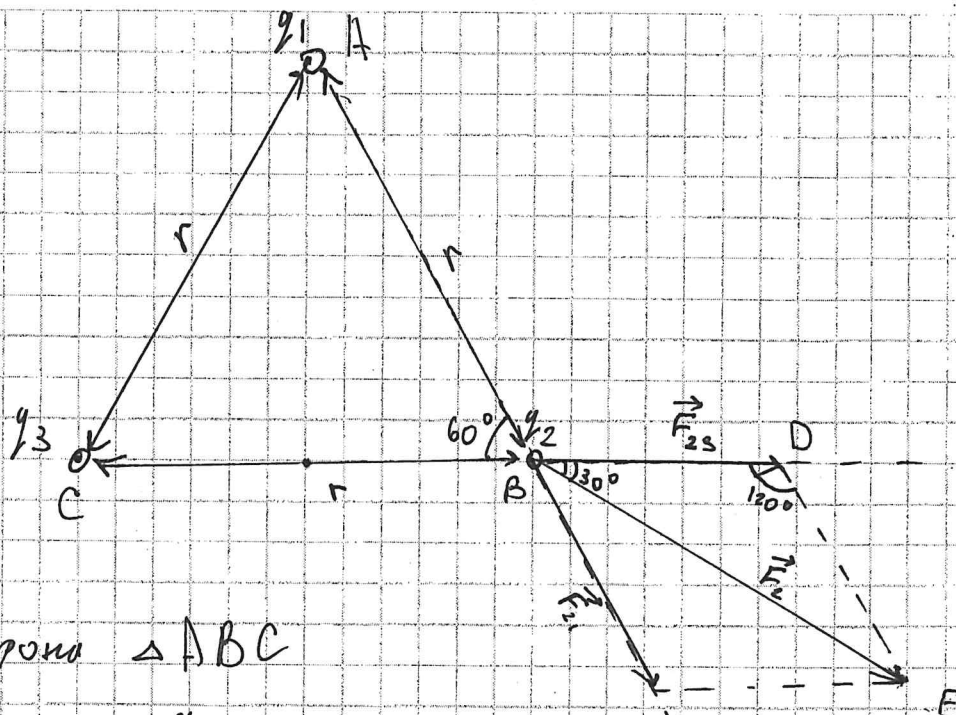
$$\begin{aligned} 5) \quad \eta &= \frac{Q_{\text{н}} - |Q_{\text{х}}|}{Q_{\text{н}}} = \frac{10 \sqrt{RT_0} + 6 \sqrt{RT_0 \ln(3)} - 10 \sqrt{RT_0 \ln(3)}}{\sqrt{RT_0} (10 + 6 \ln(3))} \\ &= \cancel{\text{н\ddot{е}} \frac{4 \ln(3)}{10 + 6 \ln(3)}} \approx 26\% \quad 0,26 = 26\% \end{aligned}$$

Ответ: $\eta = 26\%$ ✓

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
Шифр			

№ 4

Дано:
 q_1, q_2, q_3
 $F_2 = ?$



1) r - сторона $\triangle ABC$

$\vec{F}_{23}$ - сила на q_2 со стор. q_3

$\vec{F}_{21}$ - сила на q_2 со стор. q_1

$\angle BDE = 120^\circ$ (из геом. соображений)

Тогда по Т. косинусов для $\vec{F}_{21}$ и $\vec{F}_{23}$: $F_2 = F_{21}^2 + F_{23}^2 + 2 F_{21} F_{23} \cos 120^\circ$

$$F_2 = F_{21}^2 + F_{23}^2 + F_{21} F_{23}$$

2) $F = qE = q \cdot \frac{q}{r^2}$

$$F_{21} = \frac{q_1 q_2}{r^2}, \quad F_{23} = \frac{q_2 q_3}{r^2}$$

Тогда: $F_2 = \frac{q_1^2 q_2^2}{r^4} + \frac{q_2^2 q_3^2}{r^4} + \frac{q_1 q_2 q_3}{r^2}$

3) $q = \frac{k q}{r}$ (где точечного заряда)

$$q_1 = \frac{k q_1}{r_1} \Rightarrow \left(\frac{q_1}{r_1} \right)^2 = \frac{q_1^2}{k^2}$$

$$q_3 = \frac{k q_3}{r} \Rightarrow \left(\frac{q_3}{r} \right)^2 = \frac{q_3^2}{k^2}$$

$$F_2 = \frac{q_1^4}{k^2} + \frac{q_3^4}{k^2} + \frac{q_1^2 q_3^2}{k^2} = \frac{1}{k^2} (q_1^4 + q_3^4 + q_1^2 q_3^2)$$

Ответ: $F_2 = \frac{1}{k^2} (q_1^4 + q_3^4 + (q_1 q_3)^2)$

146

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
Шифр			

- 5) Дано:
- $$V = 5000 \text{ м}^3$$
- $$p_{\text{атм}} = 100 \text{ кПа}$$
- $$p_{\text{H}_2} = 110 \text{ кПа}$$
- $$T = 43^\circ \text{C} = 316 \text{ K}$$
- $$m = 100 \text{ кг}$$
- $$\varphi_0 = 10\% = 0,1$$
- $$p_{\text{H}_2} = 9000 \text{ Па}$$
- Найти:
- $$\varphi_1 = ?$$
- 0) Считаем, что при погружении в воду с φ_1 давление сухого воздуха и температура. Окруж. воздуха не изменяются
- 1) 23 Н грав. каждого случая:
- или φ_0 : $M_0 g + m_{\text{H}_2} g = \rho_{\text{в}} g V$
- или φ_1 : $M_0 g + (M - m + m_{\text{H}_2}) g = \rho_{\text{в}} g V_1$
- Отсюда:
- $$M_0 + m_{\text{H}_2} = \rho_{\text{в}} V$$
- $$M_0 - m + m_{\text{H}_2} = \rho_{\text{в}} V_1$$
- $$\rho_{\text{в}} V - m = \rho_{\text{в}} V_1 \quad (1)$$
- 2) $\varphi = \frac{p_{\text{H}_2}}{p_{\text{H}_2} + p_{\text{в}}} = \frac{\rho_{\text{H}_2}}{\rho_{\text{H}_2} + \rho_{\text{в}}}$
- $$\varphi_0 = \frac{p_{\text{H}_2}}{p_{\text{H}_2} + p_{\text{в}}} \Rightarrow p_{\text{в}} = \varphi_0 p_{\text{H}_2}$$
- 3) По 3-му Давлению:
- $$p_{\text{атм}1} = p_{\text{H}_2} + p_{\text{в}1}$$
- $$p_{\text{в}1} = p_{\text{атм}1} - p_{\text{H}_2} = p_{\text{атм}1} - \varphi_0 p_{\text{H}_2}$$
- $$p_{\text{атм}2} = p_{\text{H}_2} + p_{\text{в}2}$$
- $$p_{\text{в}2} = p_{\text{атм}2} - \varphi_1 p_{\text{H}_2}$$
- 4) $\rho p V = \frac{M}{M} R T = \frac{\rho V}{M} R T \Rightarrow \rho = \frac{p M}{R T}$, M — молярная масса воздуха
- $$\rho_{\text{в}1} = \frac{p_{\text{в}1} M}{R T} \quad \rho_{\text{в}2} = \frac{p_{\text{в}2} M}{R T}$$
- $$\rho_{\text{в}2} = \frac{p_{\text{атм}2} M}{R T} = \frac{(p_{\text{H}_2} + p_{\text{в}1}) M}{R T} = \frac{(\varphi_1 p_{\text{H}_2} + p_{\text{атм}1} - \varphi_0 p_{\text{H}_2}) M}{R T}$$
- 5) ВП:
- $$\frac{p_{\text{атм}1} M}{R T} V - m = \frac{\varphi_1 p_{\text{H}_2} M}{R T} V_1 + \frac{p_{\text{атм}1} M}{R T} V - \frac{\varphi_0 p_{\text{H}_2} M}{R T} V$$
- $$\frac{\varphi_1 p_{\text{H}_2} M}{R T} V = \frac{\varphi_0 p_{\text{H}_2} M}{R T} V - m$$

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
Шифр			

№ 5 (продолжение)

6) $\rightarrow p_2$

$$5) Q(V): \frac{p_{\text{атм.}} M V}{RT} - m = \frac{\chi_1 p_{\text{атм.}} M V_1}{RT} + \frac{p_{\text{атм.}} M V_1}{RT} - \frac{\chi_0 p_{\text{атм.}} M V_1}{RT}$$

$$\frac{\chi_1 p_{\text{атм.}} M V_1}{RT} = \frac{p_{\text{атм.}} M V}{RT} - m - \frac{p_{\text{атм.}} M V_1}{RT} + \frac{\chi_0 p_{\text{атм.}} M V_1}{RT}$$

$$6) p_{\text{атм.}} \uparrow \Rightarrow p_{\text{H}_2} \downarrow \Rightarrow V_{\text{H}_2} \downarrow$$

$$T = \text{const}: pV = \text{const}$$

$$p_{\text{H}_2} V = p_{\text{H}_2,1} V_1 = \cancel{p_{\text{H}_2,1} V_1}$$

$$V_1 \Rightarrow \frac{p_{\text{H}_2} V^2}{RT} \quad 120$$

$$p_2 - ?$$