

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
135	12.03.21	Лусин Н.А	<i>[Подпись]</i>

Шифр 025-2-11-121

Задание №1

$$(10+a-b)^2 + (2+b-c)^2 + (3+c-a)^2$$

Введем x, y, z .

$$x = 10+a-b$$

$$y = 2+b-c$$

$$z = 3+c-a$$

$$x+y+z = 10+a-b+2+b-c+3+c-a = 15.$$

$$x^2+y^2+z^2 \geq \frac{(x+y+z)^2}{3}$$

$$x^2+y^2+z^2 \geq \frac{15^2}{3}$$

$$x^2+y^2+z^2 \geq \frac{225}{3}$$

$$x^2+y^2+z^2 \geq 75.$$

45

Ответ: минимальное значение выражения = 75.

Задание №2.

$f(x) = x^2 + ax + b \geq -\frac{9}{10}$ - парабола, ветви вверх.

коэф. при $x^2 = 1$, минимальное значение парабола достигает в вершине, найдем это

минимальное значение. Координата x определяется по формуле

$$x = -\frac{a}{2 \cdot 1} = -\frac{a}{2}$$

Теперь найдем минимальное значение (подставим $x = -\frac{a}{2}$)

$$f(-\frac{a}{2}) = (-\frac{a}{2})^2 + a(-\frac{a}{2}) + b = \frac{a^2}{4} - \frac{a^2}{2} + b =$$

$$= \frac{a^2 - 2a^2 + 4b}{4} = \frac{-a^2 + 4b}{4} = -\frac{a^2}{4} + b.$$

По условию для всех x выполняется нерав.

$$f(x) \geq -\frac{9}{10} \Rightarrow -\frac{a^2}{4} + b \geq -\frac{9}{10} \cdot 4 = -\frac{36}{10} \checkmark$$

Мы получили ограничение для b , в зависимости от a

$$-\frac{a^2}{4} + b \geq -\frac{1}{10}, \text{ мы уже знаем, что } -\frac{a^2}{4} + b \geq -\frac{36}{10}$$

$$a - \frac{9}{10} > -\frac{1}{4} \Rightarrow -\frac{a^2}{4} + b \geq -\frac{9}{10} > -\frac{1}{4} \Rightarrow$$

$$-\frac{a^2}{4} + b \geq -\frac{1}{4}, \text{ ч. т. д.}$$

45

Задание №3.

Дано:

$$a_1 = 25.$$

$$a_2, a_3, \dots, a_{2025} = 625.$$

$$\text{Найти: } \frac{1}{\sqrt{a_1} + \sqrt{a_2}} + \frac{1}{\sqrt{a_2} + \sqrt{a_3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{a_{2024}} + \sqrt{a_{2025}}}.$$

Решение.

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

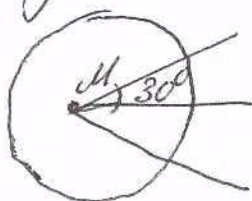
$$625 = 25 + 2024d$$

$$600 = 2024d \Rightarrow d = \frac{75}{253} \checkmark$$

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись

Шифр 025-2-11-121

Найдем: $\sqrt{a_1 + \sqrt{a_2 + \sqrt{a_3}}} \geq \sqrt{25} = 5$ 5-наименьшее
выражение $\Rightarrow$ ответ: $\frac{1}{5}$.
Задача №5.



Дано:

$$S = 81 \text{ см}^2$$

$$\angle KMN = 60^\circ$$

$$\frac{MK}{MN} = \frac{ML}{LK}$$

$$\frac{2MN - MK \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}}{MN + MK} =$$

$$ML = \frac{2MN \cdot MK \cdot \cos 30^\circ}{MN + MK} =$$

$$= \frac{\sqrt{3} MN + MK}{MN + MK}$$

$$S = \frac{1}{2} MN \cdot MK \cdot \sin 30^\circ$$

$$81 = \frac{1}{2} MN \cdot MK \cdot \frac{1}{2}$$

$$81 = \frac{1}{4} MN \cdot MK$$

$$MN \cdot MK \geq 324$$

$$MN + MK \geq 2\sqrt{MN \cdot MK}$$

$$MN + MK \geq 2\sqrt{324}$$

$$MN + MK \geq 2 \cdot 18 \Rightarrow MN + MK = 36 \text{ см.}$$

Ответ: $MK + MN = 30 \text{ см.}$