

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
21	14.03	Хлевильов	
Шифр			012210

$$\begin{array}{r|rrrrr} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & \Sigma \\ \hline 7 & 0 & 7 & 7 & 0 & 21 \end{array}$$

н. 2. Хл

Допустим, что $a=1$; $b=2$; $c=3$, подставим в неравенство $a^2+b^2+c^2 \geq 21$, получим:

$$1^2+2^2+3^2=14; 14 < 21, \text{ что не удовлетворяет условию.}$$

Увеличим одно из чисел на 1, получим $a=2$; $b=2$; $c=3$, подставим в неравенство

$$2^2+2^2+3^2=17; 17 < 21, \text{ что не удовлетворяет условию.}$$

$$a=1; b=3; c=4 - 1^2+3^2+4^2=26; 26 > 21 - \text{удовлетворяет условию, подставим}$$

в неравенство $a+b+c \geq 7$, получим $1+3+4=8$ - это не минимальный порог,

значит остается только ~~увеличить~~ увеличить число c на 1, т.е. получим:

$$a=1; b=2; c=4, \text{ подставим в неравенство}$$

$$1^2+2^2+4^2=21; 21 \geq 21 - \text{условие выполнилось}$$

$$1+2+4=7; 7 \geq 7 - \text{условие выполнилось}$$

из этого можно сделать вывод, что $a+b+c \geq 7$, т.е. $a+b+c \geq 7$.
Частный случай!

н. 1

$$x^2+y^2 = \frac{10}{3}xy \quad | \cdot 3$$

$$3x^2+3y^2-10xy=0; 3x^2-10xy+3y^2=0 - \text{свернем это уравнение по формуле}$$

$$(3x-y)(x-3y)=0$$

$$3x-y=0 \text{ или } x-3y=0$$

$$3x=y \text{ или } x=3y$$

$$x=3y \text{ или } x=\frac{y}{3}$$

в условии написано, что $x > y$, значит $x=\frac{y}{3}$ не подходит,

остается $x=3y$

подставим в $\frac{x+y}{x-y}$

$$\frac{x+y}{x-y} = \frac{3y+y}{3y-y} = \frac{4y}{2y} = 2$$

Ответ: 2.

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
Шифр			

53

$$a_n = 1^{1/n} + \frac{2}{n} \cdot 1^{1/n} - \frac{2}{n^3} - \frac{1}{n^4} = \frac{n^4 + 2n^3 - 2^4 - 1}{n^4} = \frac{(n^4 - 1) + (2n^3 - 2)}{n^4} =$$

$$= \frac{(n^2 - 1)(n^2 + 1) + 2n(n^2 - 1)}{n^4} = \frac{(n^2 - 1)(n^2 + 1 + 2n)}{n^4} = \frac{(n^2 - 1)(n + 1)^2}{n^4} =$$

$$\frac{(n-1)(n+1)(n+1)^2}{n^4} = \frac{(n-1)(n+1)^3}{n^4} \quad \checkmark$$

$$a_n = \frac{(n-1)(n+1)^3}{n^4} \quad \checkmark$$

$$a_2 \cdot a_3 \cdot a_4 \cdot a_{99} = \frac{1 \cdot 8^3}{2^4} \cdot \frac{2 \cdot 4^3}{3^4} \cdot \frac{3 \cdot 5^3}{4^4} \cdot \frac{4 \cdot 6^3}{5^4} \cdot \dots \cdot \frac{98^3}{99^4} \cdot \frac{99 \cdot 99^3}{99^4}$$

$$= \frac{98 \cdot 100^3}{99^4} = \frac{1}{2^3} \cdot \frac{100^3}{99} = \frac{1000000}{8 \cdot 99} = \frac{125000}{99} \quad \checkmark$$

54

Найдем корни уравнения

$$x^2 + px - \frac{1}{2p^2}$$

$$x^2 + px - \frac{1}{2p^2} = 0$$

по м. Виета:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -p \\ x_1 \cdot x_2 = -\frac{1}{2p^2} \end{cases}$$

Преобразуем ~~$x_1^4 + x_2^4 = (x_1^2 + x_2^2)^2 - 2x_1^2 x_2^2 = ((x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2)^2 - 2(x_1 x_2)^2$~~

$$x_1^4 + x_2^4 = (x_1^2 + x_2^2)^2 - 2x_1^2 x_2^2 = ((x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2)^2 - 2(x_1 x_2)^2 \quad \checkmark$$

Воспользуемся равенствами:

$$\left((-p)^2 - 2 \cdot \left(-\frac{1}{2p^2} \right) \right)^2 - 2 \cdot \left(-\frac{1}{2p^2} \right)^2 = \left(p^2 + \frac{1}{p^2} \right)^2 - 2 \cdot \frac{1}{4p^4} = p^4 + 2p^2 \cdot \frac{1}{p^2} + \frac{1}{p^4} - \frac{1}{2p^4} = p^4 + 2 + \frac{1}{2p^4} \quad \checkmark$$

$$p^4 + \frac{1}{2p^4} + 2 \geq 2 + \sqrt{2} \quad \checkmark$$

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
Шифр			

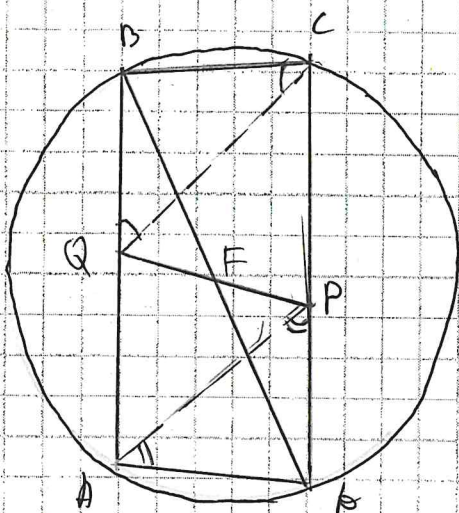
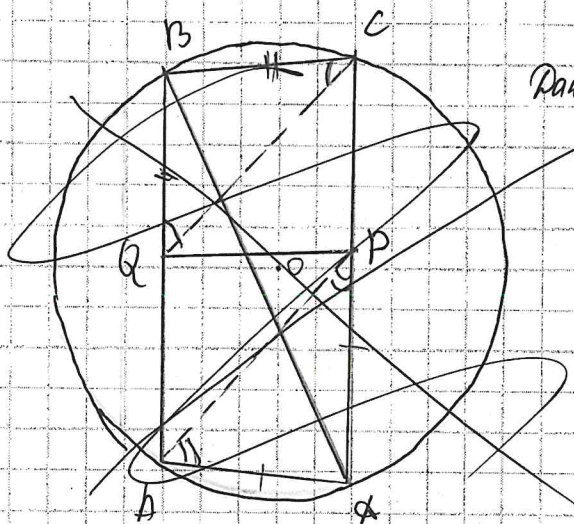
$$p^4 + \frac{1}{2p^4} - \sqrt{2} \geq 0 \quad \checkmark$$

$$\frac{2p^8 - 2\sqrt{2}p^4 + 1}{2p^4} \geq 0 \quad \checkmark$$

$(\sqrt{2}p^4 - 1)^2 \geq 0$ при любых $p \neq 0$ это неравенство всегда верно

НД.

Дано: ABCD - правильный, DP



Дано: ABCD - правильный, PD = AD, BQ = BC
в $\triangle QBC$ - $\angle Q$ с осн QC; $\angle QBC = \angle Q$, $\triangle ADP$ -
- $\angle P$ с осн AP BD - диагональ

$\angle QFB = \angle PFD$ (вертикальные $\angle$)

?

05