

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
88			<i>Реш</i>
Шифр			043533

1) Тактика Антона:

$$\textcircled{1} \frac{S}{3} = \frac{v^2 - 0^2}{2a_1} \Rightarrow a_1 = \frac{3v^2}{2S} \quad v = v_0 + a_1 t; \quad v = a_1 t_{11} \Rightarrow t_{11} = \frac{v}{a_1}$$

$$\textcircled{2} \frac{S}{3} = v t_{12} \Rightarrow t_{12} = \frac{S}{3v} \quad = \frac{v}{3v^2} \cdot 2S = \frac{2S}{3v}$$

$$\textcircled{3} \frac{S}{3} = \frac{0^2 - v^2}{-2a_1} \quad t_{13} = t_{11} \quad a = \text{const} \Rightarrow t_{13} = \frac{2S}{3v}$$

$$t_{\text{Антон}} = t_{11} + t_{12} + t_{13} = \frac{2S}{3v} + \frac{S}{3v} + \frac{2S}{3v} = \frac{5S}{3v}$$

2) Тактика Бориса:

$$S_1 = \frac{a_2 t_2^2}{2 \cdot 9} \quad v = 0 + a_2 \frac{t_2}{3} \Rightarrow a_2 = \frac{3v}{t_2} \quad S_1 = \frac{3v t_2^2}{2 t_2 \cdot 9} = \frac{v t_2}{6}$$

$$S_2 = v \frac{t_2}{3}$$

$$S_3 = v \frac{t_2}{3} - \frac{3v}{2 t_2} \cdot \frac{t_2^2}{9} = \frac{v t_2}{3} - \frac{v t_2}{6} = \frac{v t_2}{6}$$

$$S = S_1 + S_2 + S_3 = \frac{v t_2}{6} + \frac{v t_2}{3} + \frac{v t_2}{6} = \frac{4v t_2}{6} = \frac{2v t_2}{3} = S$$

$$t_2 = \frac{3S}{2v}$$

Сравни $\frac{3}{2}$ и $\frac{5}{3}$. $\frac{3}{2} = 1.5$, $\frac{5}{3} \approx 1.67$. $\Rightarrow$ Антон прыгнет первым.

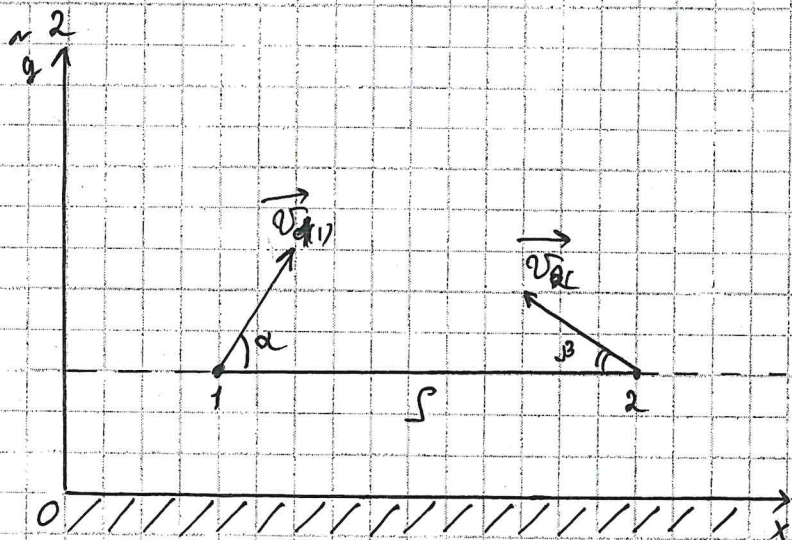
$$\Delta t = t_1 - t_2 = \frac{S}{2v} \left(\frac{5}{3} - \frac{3}{2} \right) = \frac{S}{2v} \cdot \frac{1}{6} = \frac{S}{6v}$$

Ответ: Антон - первый, $\Delta t = \frac{S}{6v}$.

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись

Шифр

043533



1. Заметим, что
при разных углах
броса шарик
проедет тот же горизонтальный
расстояние S .

$$v_1 \cos \alpha \cdot t_1 = v_2 \cos \beta \cdot t_2 \quad (1)$$

где t_1 и t_2 - времена
движения шариков.

2. Найдем время полета одного шарика.

По оси Oy : $v_{oy} = v_{0y} - g t$. $0 = v_{0y} - g t_1 \Rightarrow t_1 = \frac{v_{0y}}{g}$

Траектория полета симметрична, поэтому $t_1 = \frac{v_{0y}}{g} \cdot 2$; $t_2 = \frac{v_{2oy}}{g} \cdot 2$

$v_{0y} = v_1 \sin \alpha$; $v_{2oy} = v_2 \sin \beta$. подставим в (1):

$$v_1 \cos \alpha \cdot \frac{v_1 \sin \alpha}{g} \cdot 2 = v_2 \cos \beta \cdot \frac{v_2 \sin \beta}{g} \cdot 2$$

$$\frac{v_1^2}{g} \cdot \sin 2\alpha = \frac{v_2^2}{g} \sin 2\beta. \quad v_1 = v_2 = v_0 \text{ (по условию)} \Rightarrow \sin 2\alpha = \sin 2\beta$$

примем $\alpha \neq \beta \Rightarrow$

$$\Rightarrow 2\alpha + 2\beta = 180^\circ$$

$$\boxed{\alpha + \beta = 90^\circ} \quad (2)$$

3. Уравнение скорости в векторном

вице:

$$\vec{v}_1(t) = \vec{v}_{01} + \vec{g} t$$

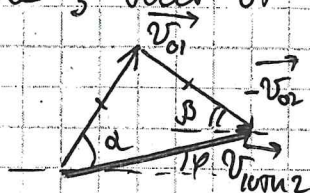
$$\vec{v}_2(t) = \vec{v}_{02} + \vec{g} t$$

По закону сложения скоростей:

$$\vec{v}_1(t) = \vec{v}_{10m2} + \vec{v}_2(t)$$

$$\vec{v}_{01} + \vec{g} t = \vec{v}_{10m2} + \vec{v}_{02} + \vec{g} t \Rightarrow \vec{v}_{01} = \vec{v}_{10m2} + \vec{v}_{02} \quad (3)$$

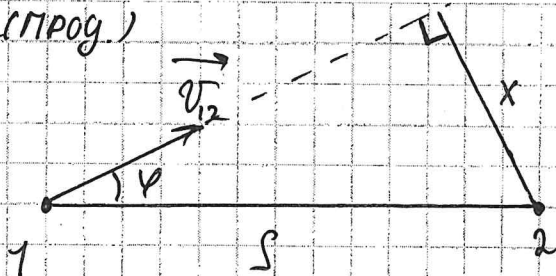
(3) Не завися от времени, значит $\vec{v}_{10m2} = \vec{v}_1 - \vec{v}_2 = \text{const}$



т.е. $\alpha + \beta = 90^\circ \Rightarrow v_{10m2} = \sqrt{v_{01}^2 + v_{02}^2} = v_0 \sqrt{2}$

$$v_0 \cos \alpha + v_0 \cos \beta = v_{10m2} \cos \varphi \quad (4)$$

2 (ПРОГ.)



4. Минимальное расстояние x
между линией движения
когда $x \perp$ лин. движение
точки 1.

$$x = S \sin \varphi$$

$$\text{из (4): } v_0 \cos \alpha + v_0 \cos \beta = v_0 \sqrt{2} \cos \varphi$$

$$x = S \sin \left(\alpha - \frac{\pi}{4} \right) \quad \cos \alpha + \sin \alpha = \sqrt{2} \cos \varphi \Rightarrow \cos \varphi = \sin \left(\alpha - \frac{\pi}{4} \right)$$

$$\cos \varphi = \cos \left(\alpha - \frac{\pi}{4} \right)$$

$$\varphi = \left(\alpha - \frac{\pi}{4} \right)$$

~~Ответ: В движении не хватает данных, так как дано
только один сегмент броска.~~

~~Примем $\frac{\pi}{2} > \alpha > \beta$ $x_{\min} = S \sin \left(\alpha - \frac{\pi}{4} \right)$~~

~~Время движения (1) при угле $\beta < \alpha < \frac{\pi}{2}$~~

~~Время движения (2).~~

~~$$t_1 = \frac{2v_0 \sin \alpha}{g}$$~~

~~$$t_2 = \frac{2v_0 \cos \alpha}{g}$$~~

~~Минимальное расстояние t_0
длина отброса не меньше t_2~~

~~$$t_0 = \frac{S \cos \varphi}{v_0 \sqrt{2}}$$~~

~~$$t_0 \leq t_2 \Rightarrow \frac{S \cos \varphi}{v_0 \sqrt{2}} \leq \frac{2v_0 \cos \alpha}{g}$$~~

~~$$\frac{1}{\sqrt{2}} \cos \varphi \leq \frac{2v_0^2 \cos \alpha}{g S}$$~~

~~$$\sqrt{2} \cos \varphi \leq \frac{4v_0^2 \cos \alpha}{g S}$$~~

~~$$\cos \alpha + \sin \alpha \leq \frac{4v_0^2 \cos \alpha}{g S} \quad | : \cos \alpha$$~~

~~$$1 + \tan \alpha \leq \frac{4v_0^2}{g S} \Rightarrow \tan \alpha \leq \frac{4v_0^2}{g S} - 1$$~~

~~$$\alpha \leq \arctan \left(\frac{4v_0^2}{g S} - 1 \right)$$~~

~~Ответ: В условии не хватает данных для
об одной изе дрессе.~~

Примечание
№2 (МРОУ)

$$\beta < \alpha < \frac{\pi}{2} \quad X_{min} \approx S \sin(\alpha - \frac{\pi}{4})$$

$$X_{min} = S \sin(\alpha - \frac{\pi}{4})$$

$$S = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g} \Rightarrow \sin 2\alpha = \frac{gS}{v_0^2} \Rightarrow \alpha = \frac{\arcsin \frac{gS}{v_0^2}}{2}$$

$$X_{min} = S \sin\left(\frac{\arcsin \frac{gS}{v_0^2}}{2} - \frac{\pi}{4}\right) = S \sqrt{\frac{1 - \cos(\arcsin \frac{gS}{v_0^2} - \frac{\pi}{2})}{2}}$$

$$= S \sqrt{\frac{v_0^2 g S}{2 v_0^2}} = \frac{S}{\sqrt{2} v_0} \sqrt{v_0^2 - gS}$$

$$\cos(\arcsin \frac{gS}{v_0^2} - \frac{\pi}{2}) = \sin(\arcsin \frac{gS}{v_0^2}) = \frac{gS}{v_0^2}$$

Ответ: $\frac{S}{\sqrt{2} v_0} \sqrt{v_0^2 - gS}$. 205

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
Шифр			

~ 3 1) Обозначим две метки по оси T за T_0 ,
а две метки по оси P за P_0

2) Рассмотрим процессы на графике:

• $1 \rightarrow 2$ $\frac{P}{T} = \text{const} \Rightarrow V = \text{const}$, процесс изохорный

$$P_1 = 3P_0 ; T_1 = 2T_0 ; P_2 = 9P_0 ; T_2 = 6T_0$$

• $2 \rightarrow 3$ $T = \text{const} \Rightarrow$ процесс изотермический

$$T_{23} = 6T_0 ; P_2 = 9P_0 ; P_3 = 3P_0$$

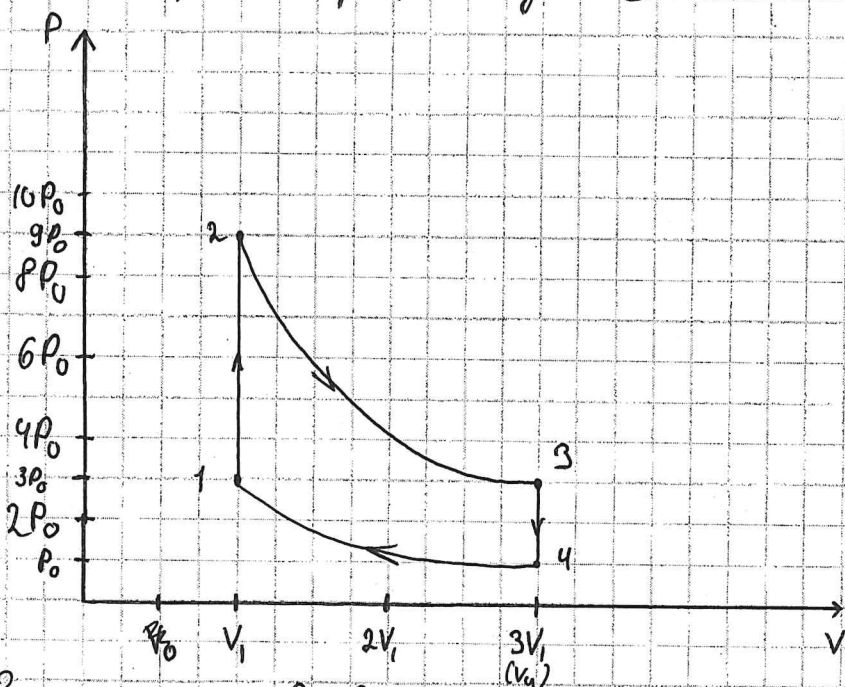
• $3 \rightarrow 4$ $\frac{P}{T} = \text{const} \Rightarrow V = \text{const}$, процесс изохорный

$$P_3 = 3P_0 ; T_3 = 6T_0 ; P_4 = P_0 ; T_4 = 2T_0$$

• $4 \rightarrow 1$ $T = \text{const} \Rightarrow$ процесс изотермический

$$T_{41} = 2T_0 ; P_4 = P_0 ; P_1 = 3P_0$$

3) Нарисуем график цикла в осях $(P; V)$:



По ур Менделеева -

Клапейрона:

$$① P_1 V_1 = \nu R T_1$$

$$② P_2 V_2 = \nu R T_2$$

$$③ P_3 V_3 = \nu R T_3$$

$$④ P_4 V_4 = \nu R T_4$$

$V_1 = V_2$ т.к.
1-2 - изохора
Аналогично
 $V_3 = V_4$

$$\frac{①}{④} : \frac{P_1 V_1 = \nu R T_1}{P_4 V_4 = \nu R T_4} \Rightarrow \frac{V_1}{V_4} = \frac{P_4 T_1}{P_1 T_4} =$$

$$= \frac{P_0 \cdot 2T_0}{3P_0 \cdot 2T_0} = \frac{1}{3} \Rightarrow V_4 = 3V_1$$

Заметим, что $P_1 = P_3 \Rightarrow$ точки 1 и 3
должны лежать на одной
изобаре.

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
Шифр			

4) $\eta = \frac{A_g}{Q^+}$ ~ 3 (проц.) $A_g = A_{23} - |A_{q1}|$. Найдем работу газа (формулу)

в изотермическом процессе:

$Q = \Delta U + A$, т.к. $T = \text{const} \Rightarrow \Delta U = 0$,

$A = \int_{V_1}^{V_2} P(V) dV$. Найдем зависимость $P(V)$.

$PV = \nu RT \Rightarrow P(V) = \frac{\nu RT}{V}$ (в общем виде)

$A = \int_{V_1}^{V_2} \frac{\nu RT}{V} dV = \nu RT \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} = \nu RT \ln V \Big|_{V_1}^{V_2} = \nu RT \ln \left(\frac{V_2}{V_1} \right)$.

Тогда $A_{23} = \nu RT_{23} \ln \left(\frac{V_3}{V_2} \right) = \nu R \cdot 6T_0 \ln \left(\frac{V_4}{V_1} \right) = 6\nu RT_0 \ln 3$.

$A_{q1} = \nu RT_{q1} \ln \left(\frac{V_1}{V_4} \right) = 2\nu RT_0 \ln \left(\frac{1}{3} \right) = -2\nu RT_0 \ln 3$.

$A_g = 6\nu RT_0 \ln 3 - 2\nu RT_0 \ln 3 = 4\nu RT_0 \ln 3$.

5) $1 \rightarrow 2$ $V = \text{const} \Rightarrow A = 0$. $Q_{12} = \Delta U_{12} = \frac{3}{2} \nu R (T_2 - T_1) = \frac{3}{2} \nu R \cdot 4T_0 = 6\nu RT_0 > 0 \Rightarrow (+)$

$2 \rightarrow 3$ $\Delta U = 0 \Rightarrow Q_{23} = A_{23} = 6\nu RT_0 \ln 3 \Rightarrow (+)$

$3 \rightarrow 4$ $V = \text{const} \Rightarrow A = 0$. $Q_{34} = \Delta U_{34} = \frac{3}{2} \nu R (T_4 - T_3) = \frac{3}{2} \nu R \cdot (-4)T_0 = -6\nu RT_0 < 0 \Rightarrow (-)$

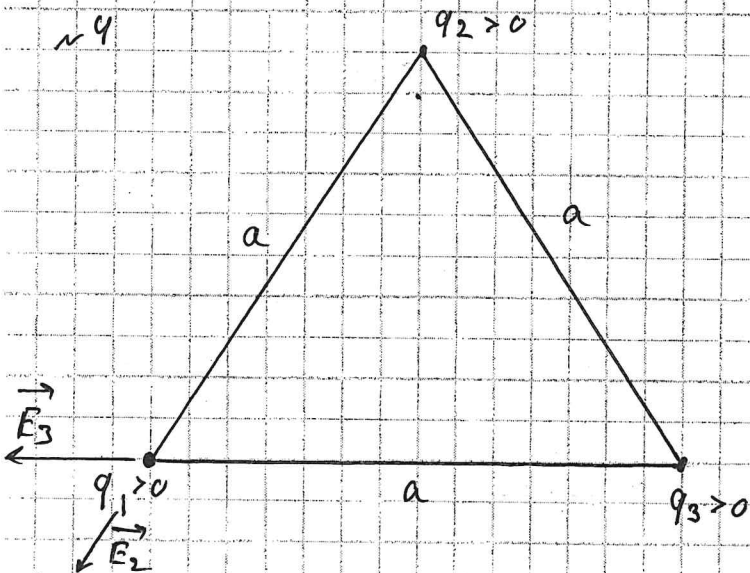
$4 \rightarrow 1$ $\Delta U = 0 \Rightarrow Q_{q1} = A_{q1} = -2\nu RT_0 \ln 3 < 0 \Rightarrow (-)$

$Q^+ = Q_{12} + Q_{23} = 6\nu RT_0 + 6\nu RT_0 \ln 3 = 6\nu RT_0 (\ln 3 + 1)$

$\eta = \frac{A_g}{Q^+} = \frac{4\nu RT_0 \ln 3}{6\nu RT_0 (\ln 3 + 1)} = \frac{2 \ln 3}{3(\ln 3 + 1)} \approx 0,35 = 35\%$

Ответ. 35%

Лес



1. Пусть стороны треугольника
равны a .

Тогда по условию:

$$\frac{kq_1}{a} = \varphi_1 \Rightarrow q_1 = \frac{a\varphi_1}{k}$$

$$\frac{kq_2}{a} = \varphi_2 \Rightarrow q_2 = \frac{a\varphi_2}{k}$$

$$\frac{kq_3}{a} = \varphi_3 \Rightarrow q_3 = \frac{a\varphi_3}{k}$$

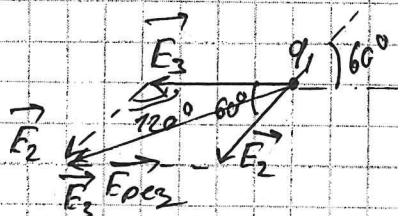
Получаем, создаваемые зарядом:

$$E_1 = \frac{kq_1}{a^2} = \frac{\varphi_1}{a}$$

$$\vec{F}_{рез} = \vec{F}_{21} + \vec{F}_{31} = q_1 \vec{E}_2 + q_1 \vec{E}_3 = q_1 (\vec{E}_2 + \vec{E}_3)$$

$$E_2 = \frac{\varphi_2}{a}$$

$$E_3 = \frac{\varphi_3}{a}$$



$$E_{рез}^2 = E_2^2 + E_3^2 - 2E_2E_3 \cos 120^\circ$$

$$= \frac{\varphi_2^2}{a^2} + \frac{\varphi_3^2}{a^2} + \frac{2\varphi_2\varphi_3}{a^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow E_{рез} = \frac{1}{a} \sqrt{\varphi_2^2 + \varphi_2\varphi_3 + \varphi_3^2}$$

$$\frac{kq_1}{a} = \varphi_1 \Rightarrow q_1 = \frac{a\varphi_1}{k} = 4\pi\epsilon_0 a \varphi_1. F_1 = 4\pi\epsilon_0 \sqrt{\varphi_2^2 + \varphi_2\varphi_3 + \varphi_3^2} \cdot \varphi_1$$

Ответ: $F_1 = 4\pi\epsilon_0 \cdot \varphi_1 \cdot \sqrt{\varphi_2^2 + \varphi_2\varphi_3 + \varphi_3^2}$

ДВБ

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
Шифр			

~5

$$V_{u1} = 5000 \text{ м}^3 = 5 \cdot 10^3 \text{ м}^3 \quad 1)$$

$$P_{u2} = 110 \cdot 10^3 \text{ Па}$$

$$t_{\text{возду}} = 43^\circ \text{C}$$

$$\varphi_0 = 0.1$$

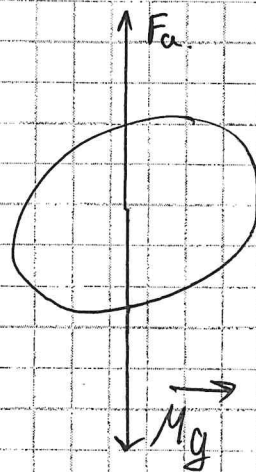
$$P_0 = 10^5 \text{ Па}$$

$$t_{u2} = t_{\text{возду}}$$

$$\varphi' = 0.9$$

$$P_{\text{шт}}(43^\circ \text{C}) = 9 \cdot 10^3 \text{ Па}$$

$$\Delta m - ?$$



$$\text{По II з. и. } h = \text{const} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow F_a = Mg$$

$$P_{\text{разг}} g V_{\text{шара}} = Mg \quad (1)$$

(воздуха)

$$2) \text{ т.к. } V = \text{const} \Rightarrow P_{\text{разг}} = P_{\text{возду}} = 110 \cdot 10^3 \text{ Па}$$

$$P_{\text{возд}} = P_{\text{шт}} + P_{\text{ош}} + \varphi_1 P_{\text{шт}}$$

$$(\varphi_1 P_{\text{шт}} + P_{\text{шт}}) \cdot V_{u1} = \frac{m RT}{M} \quad (\text{воздух})$$

$$\rho_1 = \frac{M (\varphi_1 P_{\text{шт}} + P_{\text{шт}})}{RT} \Rightarrow (1): \frac{M (\varphi_1 P_{\text{шт}} + P_{\text{шт}})}{RT} g V_{\text{шара}1} = M_0 g$$

$$\text{II } \rho_2 g V_{u2} = (M_0 - \Delta m) g$$

$$\rho_2 = \frac{M (\varphi_2 P_{\text{шт}} + P_{\text{шт}})}{RT}$$

$$P_{u21} V_{u1} = P_{u22} V_{u2} \quad (T = \text{const})$$

$$V_{u2} = V_{u1} \frac{P_{u21}}{P_{u22}}$$

$$\rho_2 g V_{u2} = (M_0 - \Delta m) g$$

$$\rho_1 g V_{u1} = M_0 g$$

$$\rho_1 g V_{u1} - \rho_2 g V_{u2} = \Delta m g$$

$$P_{u22} = P_{u21} + P_{\text{шт}} (\varphi_2 - \varphi_1) \quad (\text{изменилось}$$

$$V_{u2} = V_{u1} \left(1 + \frac{P_{\text{шт}} (\varphi_2 - \varphi_1)}{P_{u21}} \right)$$

ребро газа
направ вверх)

$$V_{u2} = V_{u1} \left(\frac{P_{u21}}{P_{u21} + P_{\text{шт}} (\varphi_2 - \varphi_1)} \right) = V_{u1} - V_{u1} \frac{P_{\text{шт}} (\varphi_2 - \varphi_1)}{P_{u21} + P_{\text{шт}} (\varphi_2 - \varphi_1)}$$

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
Шифр			

№ 5 (прод.)

$$\Delta m = p_1 V_{m1} - p_2 V_{m2} = p_1 V_{m1} - p_2 \left(V_{m1} \left(\frac{p_{12}}{p_{12} + p_{\text{атм}}(q_2 - q_1)} \right) \right)$$

$$= V_{m1} \left(p_1 - \frac{p_2 p_{12}}{p_{12} + p_{\text{атм}}(q_2 - q_1)} \right) = \frac{V_{m1} \cdot M}{RT} \left(p_1 p_{\text{атм}} + p_{\text{атм}} - \frac{(q_2 p_{\text{атм}} + p_{\text{атм}}) p_{12}}{p_{12} + p_{\text{атм}}(q_2 - q_1)} \right)$$

$$= 0,0343 \cdot \left| (100900 - 101460) \right| \approx 19,2 \text{ нг}$$

Ответ. 19,2 нг

105