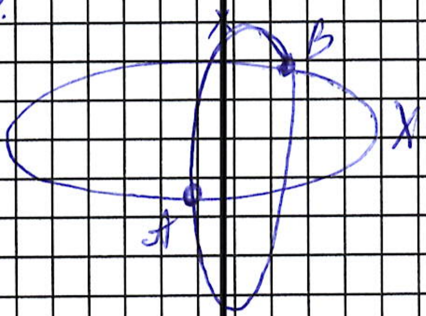
Место для скобы

Шифр P-11-23

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
20+6+20+ +20+20= 86	14.03.24	Соломатин К. В.	

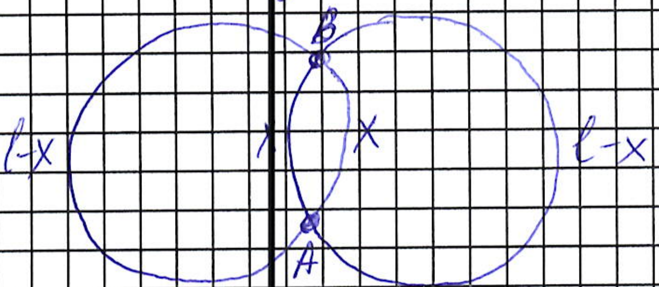
№4.



Заметим, что дуга x равна меньшей дуге пересечен. окружности, т.к окружности равны и AB — общая т.к $x = \frac{1}{3}l$, то

$$x = \frac{1}{3}\cdot 2\pi r = \frac{2\pi r}{3}$$

Имеем схему:



Сопротивление участка между точками A и B — это сопротивление четырех параллельных участков два длиной $x = \frac{2\pi r}{3}$ и два длиной $l - x = 2\pi r - \frac{2\pi r}{3} = \frac{4\pi r}{3}$

Пусть сопротивление кольца R, т.к. сечение одинаковое, то сопр пропорционально длине $\Rightarrow$ пусть сопротивление дуги x: $r_1 = \frac{x}{2\pi r}\cdot R = \frac{R}{3}$ $r_2 = \frac{2R}{3}$ — сопротивление длинной дуги.

$$R_{экв} = \frac{1}{\frac{3}{R} + \frac{3}{R} + \frac{3}{2R} + \frac{3}{2R}} = \frac{1}{\frac{9}{R}} = \frac{R}{9}$$ — сопротивление между A и B

$\Rightarrow \frac{R}{R_{экв}} = 9$ — в 9 раз меньше

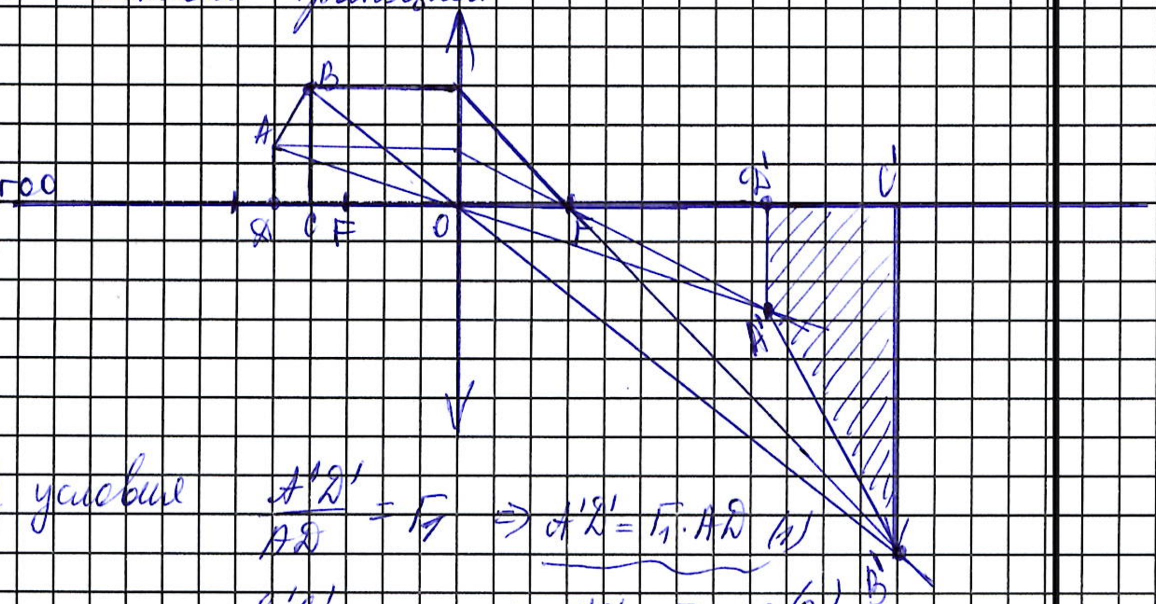
20

Ответ: в 9 раз меньше

место для скобы

Шифр Ф-11-23

№1. Т.к. $AD \perp ГОО$ и $BC \perp ГОО$, то и их изображения $A'D' \perp ГОО$ $B'C' \perp ГОО$ и $DC \in ГОО$ $D'C' \in ГОО$ т.е. изображение также является трапецией



Из условия $\frac{A'D'}{AD} = \Gamma_1 \Rightarrow A'D' = \Gamma_1 \cdot AD$ (1)

$\frac{B'C'}{BC} = \Gamma_2 \Rightarrow B'C' = \Gamma_2 \cdot BC$ (2)

Рас-м $\triangle CBO \sim \triangle C'B'O$ $\frac{C'B'}{CB} = \frac{C'O}{CO} = \Gamma_2 \Rightarrow C'O = \Gamma_2 CO$ (3)

$\triangle AOD \sim \triangle A'OD'$ $\frac{A'D'}{AD} = \frac{OD'}{OD} = \Gamma_1 \Rightarrow OD' = \Gamma_1 \cdot OD$ (4)

$DC = DO - CO$ $D'C' = -(D'O - C'O) = -\Gamma_1 OD + \Gamma_2 CO$

$BC = 2AD$ по условию $\Rightarrow S_{ABCD} = \frac{AD+BC}{2} \cdot DC = \frac{3AD}{2} \cdot DC$ (2)*

$S_{A'B'C'D'} = \frac{A'D'+B'C'}{2} \cdot D'C' = \frac{\Gamma_1 \cdot AD + \Gamma_2 \cdot BC}{2} \cdot (\Gamma_2 CO - \Gamma_1 \cdot OD) =$

$= \frac{(2\Gamma_2 + \Gamma_1) AD}{2} (\Gamma_2 \cdot CO - \Gamma_1 \cdot OD)$ (1)*

С другой стороны ч/з фокусное рас-ие и увеличения изображений

$C'D' = F(\Gamma_2 - \Gamma_1)$ и $\begin{cases} F + F\Gamma_1 = \Gamma_1 \cdot D_O \\ F + F \cdot \Gamma_2 = \Gamma_2 \cdot CO \end{cases}$ $DO = \frac{F(1+\Gamma_1)}{\Gamma_1}$ $CO = \frac{F(1+\Gamma_2)}{\Gamma_2}$

$DO - CO = DC = \frac{F(\Gamma_2 - \Gamma_1)}{\Gamma_1 \Gamma_2}$

F – фокусное рас-ие

представление п.1.

Подставим в (1)* и (2)*

$S_{ABCD} = \frac{3AD}{d}\cdot \frac{F(\Gamma_2-\Gamma_1)}{\Gamma_1\cdot\Gamma_2}$ $S_{A'B'C'D'} = \frac{(2\Gamma_2+\Gamma_1)AD}{2}\cdot F(\Gamma_2-\Gamma_1)$

$\frac{S_{A'B'C'D'}}{S_{ABCD}} = \frac{(2\Gamma_2+\Gamma_1)\cancel{(\Gamma_2-\Gamma_1)}\cdot\Gamma_1\cdot\Gamma_2}{3\cancel{(\Gamma_2-\Gamma_1)}} = \frac{(2\Gamma_2+\Gamma_1)\Gamma_1\cdot\Gamma_2}{3} = 14,72$

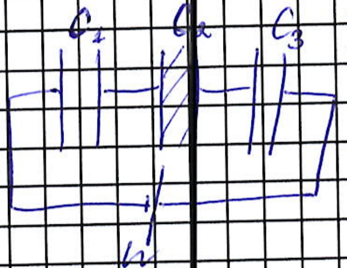
20   Ответ: 14,72

№5.

Пусть начальная толщина диэлектрика X

добавили $\Delta x = \frac{V}{S} = \frac{V}{L^2}$

Имеем систему из трёх последовательно соед. конденсаторов



Будем рассматривать момент пробоя.

Найдём C_1: $S = L^2$ $d_1 = H - X - \Delta x - d$

$C_1 = \frac{S\varepsilon_0}{d_1} = \frac{S\varepsilon_0}{H-d-X-\Delta X} = \frac{L^2\varepsilon_0}{H-d-X-\Delta X}$

Найдём C_2: $d_2 = X+\Delta X$ $S = L^2$ $C_2 = \frac{L^2\cdot\varepsilon_0\varepsilon}{X+\Delta X}$

C_3: $C_3 = \frac{L^2\varepsilon_0}{d}$

Напряжение на C_2 (1) $U_2 = E\cdot(X+\Delta X)$, где $E = 20$ кВ/мм – напрят. эл. поля пробоя.

Т.к. конденсаторы соед. последовательно, то заряды на них одинаковые, т.е. $\frac{q}{C_1}+\frac{q}{C_2}+\frac{q}{C_3} = U$

$q = U/\left(\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}+\frac{1}{C_3}\right)$

Тогда с другой стороны напряжение на C_2 можно выразить (2) $U_2 = \frac{q}{C_2} = \frac{U}{C_2}/\left(\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}+\frac{1}{C_3}\right)$

место для скобы

Шифр Ф-11-23

Приравняем (1) и (2)

$$E(x+\Delta x) = \frac{U}{C_2}\Big/\left(\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}+\frac{1}{C_3}\right)$$

$$E(x+\Delta x) = \frac{U}{\left(\frac{L^2\varepsilon_0\varepsilon}{(x+\Delta x)}\right)} \cdot \left(\frac{H-d-x-\Delta x}{L^2\cdot\varepsilon_0} + \frac{x+\Delta x}{L^2\varepsilon_0\varepsilon} + \frac{d}{L^2\varepsilon_0}\right)$$

$$E = \frac{U}{L^2\varepsilon_0\varepsilon} \cdot \frac{(H\varepsilon - \varepsilon d - \varepsilon x - \varepsilon\Delta x + x + \Delta x + \varepsilon d)}{L^2\varepsilon_0\varepsilon}$$

$$E\varepsilon_0^2\varepsilon^2L^4 = H\varepsilon - \varepsilon x + x + \Delta x - \varepsilon\Delta x \qquad \Delta x = \frac{V}{L^2}$$

$$\Delta x(1-\varepsilon) = E\varepsilon_0^2\varepsilon^2L^4$$

$$E\varepsilon_0^2\varepsilon^2L^4 = H\varepsilon - \varepsilon x + x + \frac{V}{L^2}(1-\varepsilon)$$

$$x(1-\varepsilon) = E\varepsilon_0^2\varepsilon^2L^4 - H\varepsilon - \frac{V}{L^2}(1-\varepsilon)$$

$$x = \frac{E\varepsilon_0^2\varepsilon^2L^4 - H\varepsilon}{(1-\varepsilon)} - \frac{V}{L^2}$$

$$E(x+\Delta x)\cdot\left(\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}+\frac{1}{C_3}\right) = \frac{U}{C_2}$$

$$E(x+\Delta x)\cdot\left(\frac{H-d-x-\Delta x}{L^2\cdot\varepsilon_0} + \frac{x+\Delta x}{L^2\cdot\varepsilon_0\varepsilon} + \frac{d}{L^2\varepsilon_0}\right) = \frac{U\cdot(x+\Delta x)}{L^2\cdot\varepsilon_0\varepsilon}$$

$$E\big((H-d-x-\Delta x)\varepsilon + x + \Delta x + d\varepsilon\big) = U$$

$$(H\varepsilon - d\varepsilon - x\varepsilon - \Delta x\cdot\varepsilon + x + \Delta x + d\varepsilon) = \frac{U}{E}$$

$$x(1-\varepsilon) + H\varepsilon - \Delta x\cdot\varepsilon + \Delta x = \frac{U}{E}$$

$$x = \left(\frac{U}{E} - H\varepsilon + \Delta x\cdot\varepsilon - \Delta x\right)\cdot\frac{1}{(1-\varepsilon)} \qquad \Delta x = \frac{V}{L^2} = \frac{\dots}{\dots} = 0{,}\dots$$

$$x = \left(\frac{100}{20} - 10\cdot 4 + 25\cdot 4 - 25\right)\cdot\frac{1}{1-4}$$

$$x(1-\varepsilon) + \Delta x(1-\varepsilon) + H\varepsilon = \frac{U}{E}$$

место для скобы

Шифр P-11-23

продолжение №5

$$x(1-\varepsilon) = \frac{U}{E} - H\varepsilon - \Delta x(1-\varepsilon)$$

$$\left(\frac{25}{6}\right)$$

$$x = \left(\frac{U}{E} - H\varepsilon\right)\frac{1}{1-\varepsilon} - \Delta x = \left(\frac{U}{E} - H\varepsilon\right)\frac{1}{1-\varepsilon} - \frac{V}{L^2} = 4{,}2 \text{ мм}$$

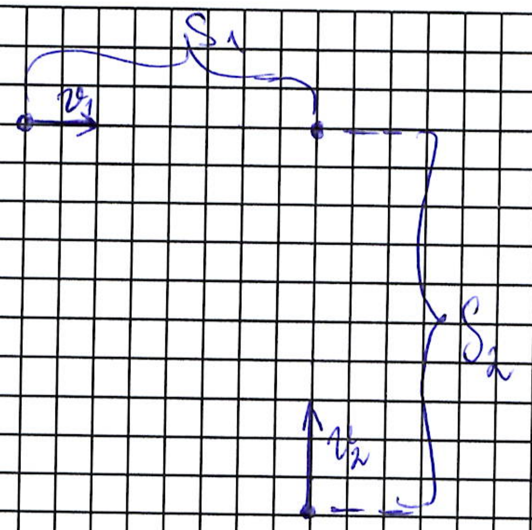
Ответ: $x = 4{,}2$ мм.

20

место для скобы

Шифр P-11-23

№2.



Пусть ускорение a

Из рисунка расстояние до пересечения траекторий $S_1 = 8$ миль и $S_2 = 10$ миль

По условию второй корабль первым проходит точку пересечения траекторий. Движение корабля

$$S_2 = v_2 t + \frac{at^2}{2}$$

$$2S_2 = 2v_2 t + at^2$$

(1) $at^2 + 20t - 20 = 0$

Для первого корабля: $S_1 - 1 \geq v_1 t + \frac{at^2}{2}$ чтобы рас-ие составило не менее 1 мили

$\cancel{8t}$ $7 \geq 8t + \frac{at^2}{2}$ (2) $at^2 + 16t - 14 \leq 0$

Из (1) $t = \frac{-10 + \sqrt{100+20a}}{a}$ (второй корень отриц.)

подставим в (2)

$$\frac{(\sqrt{100+20a} - 10)^2}{a} + \frac{16\sqrt{100+20a} - 160}{a} - 14 \leq 0$$

$$\frac{100 + 20a + 100 - 20\sqrt{100+20a} + 16\sqrt{100+20a} - 160 - 14a}{a} \leq 0$$

$$\frac{40 + 6a - 4\sqrt{100+20a}}{a} \leq 0 \Rightarrow \frac{20 + 3a - 2\sqrt{100+20a}}{a} \leq 0$$

$$20 + 3a - 2\sqrt{100+20a} = 0$$

$$\cancel{40}\ 400 + 9a^2 + 120a = 400 + 80a$$

$$9a^2 + 40a = 0 \quad a = 0 \quad a = -\frac{40}{9}$$

$$a = -4{,}44$$

Ответ: $a = -4{,}44$

6

Шифр P-11-23

№3. Масса в 1 калориметре $m_1 = 3$ кг $t_1 = 10°C$ | M - масса алюм. $M = 1$ кг

2 калориметр $m_2 = 4$ кг $t_2 - ?$

алюминиевый брусок

m_1, t_1 m_2, t_2

1 цикл: • перекладываем в 1 к. дожидаемся теплового равновесия при $t_1' > t_1$

$$c_в m_1 (t_1' - t_1) = c_{ал} \cdot M \cdot (t_2 - t_1')$$

$$c_в m_1 t_1' - c_в m_1 t_1 = c_{ал} \cdot M t_2 - c_{ал} \cdot M t_1'$$

$$t_1' = \frac{c_в \cdot m_1 t_1 + c_{ал} \cdot M t_2}{c_в m_1 + c_{ал} \cdot M} = \frac{4,2\cdot3\cdot10 + 0,9\cdot1\cdot t_2}{4,2\cdot3 + 0,9\cdot1} = \frac{126 + 0,9t_2}{13,5}$$

• перекладываем алюминий обр., дож. тепл. равнов.

$$c_в m_2 (t_2 - t_2') = c_{ал} \cdot M \cdot (t_2' - t_1')$$

$$t_2' = \frac{c_{ал} \cdot M t_1' + c_в \cdot m_2 t_2}{c_в m_2 + c_{ал} \cdot M} = \frac{c_в m_2 t_2}{c_в m_2 + c_{ал} \cdot M} + \frac{c_{ал} \cdot M t_1'}{c_в \cdot m_2 + c_{ал} \cdot M} =$$

$$= \frac{c_в m_2 t_2}{c_в m_2 + c_{ал} \cdot M} + \frac{c_{ал} \cdot M (c_в m_1 t_1 + c_{ал} \cdot M t_2)}{(c_в \cdot m_2 + c_{ал} \cdot M)(c_в m_1 + c_{ал} \cdot M)}$$

$$\cancel{t_2' - t_1' = \frac{c_{ал} \cdot M (c_в m_1 t_1 + c_{ал} \cdot M t_2)}{(c_в m_2 + c_{ал} \cdot M)(c_в m_1 + c_{ал} \cdot M)} + \frac{c_в m_2 t_2}{c_в m_2 + c_{ал} \cdot M}}$$

$$\cancel{- \frac{(c_в m_1 t_1 + c_{ал} \cdot M t_2)(c_в m_2 + c_{ал} \cdot M)}{(c_в m_2 + c_{ал} \cdot M)(c_в \cdot m_1 + c_{ал} \cdot M)} \quad \frac{c_в m_2 t_2}{c_в m_2 + c_{ал} \cdot M}}$$

$$\cancel{= c_{ал} c_в m_1 M t_1 + c_{ал}^2 M^2 t_2 - c_в^2 m_1 m_2 t_1}$$

$$\cancel{t_2' = \frac{0,9\cdot1\cdot t_1' + 4,2\cdot4\cdot t_2}{4,2\cdot4 + 0,9\cdot1} = \frac{0,9\left(\frac{126 + 0,9t_2}{13,5}\right) + 16,8t_2}{17,7} =}$$

$$= \frac{\frac{126+0{,}9t_2}{15} + 16{,}2t_2}{17{,}7} = \frac{126+0{,}9t_2+252t_2}{265{,}5} =$$

$$= \frac{126+252{,}9t_2}{265{,}5}$$

$$t_2' - t_1' = \frac{126+252{,}9t_2}{265{,}5} - \frac{126+0{,}9t_2}{13{,}5} =$$

$$= \frac{1701 + 3414{,}15t_2 - 33453 - 238{,}95t_2}{3584{,}25}$$

$$= \frac{-31752 + 3179{,}2t_2}{3584{,}25}$$

После некоторых преобразований заметим, что

$$t_2' - t_1' = \frac{C_в^2 m_1 m_2 (t_2 - t_1)}{(C_в m_1 + C_{ал} \cdot M)(C_в \cdot m_2 + C_{ал} \cdot M)} = \alpha \cdot (t_2 - t_1)$$

α – коэф постоянн

$\Rightarrow$ после 20 циклов

$\cancel{t_2 - t_1}$ $\quad T_2 - T_1 = \alpha^{20}(t_2 - t_1)$

$$\alpha = \frac{C_в^2 m_1 m_2}{(C_в m_1 + C_{ал} M)(C_в \cdot m_2 + C_{ал} \cdot M)} = \frac{4200^2 \cdot 3 \cdot 4}{(4200 \cdot 3 + 900)(4200 \cdot 4 + 900 \cdot 1)} =$$

$$= \frac{784}{885} = 0{,}8859$$

$\Rightarrow T_2 - T_1 = 5\,°C = \Delta t$

$$\Delta t = \alpha^{20}(t_2 - t_1) \qquad t_2 - t_1 = \frac{\Delta t}{\alpha^{20}}$$

$$\Rightarrow t_2 = t_1 + \frac{\Delta t}{\alpha^{20}} = 66{,}4\,°C$$

Ответ: $t_2 = 66{,}4\,°C$

20