

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
69			<i>Смирнов</i>
Шифр			520316

№1

Анализ и решение

Дано:

S

Антон

Борис

Первая треть пути. Равномерное ускорение a , начальная скорость равна 0

$$t_{A1} = \sqrt{\frac{2(\frac{S}{3})}{a}} = \sqrt{\frac{2S}{3a}}$$

Конечная скорость

$$v_1 = a t_{A1} = a \sqrt{\frac{2S}{3a}} = \sqrt{\frac{2aS}{3}}$$

$\Delta t = ?$

Вторая треть пути. Постоянная скорость $v = \sqrt{\frac{2aS}{3}}$

Время:

$$t_{A2} = \frac{\frac{S}{3}}{v} = \frac{\frac{S}{3}}{\sqrt{\frac{2aS}{3}}} = \frac{S}{3} \sqrt{\frac{3}{2aS}} = \frac{\sqrt{S}}{\sqrt{3 \cdot 2a}} = \sqrt{\frac{S}{6a}}$$

Последняя треть пути. Равномерное замедление a , начальная = $\sqrt{\frac{2aS}{3}}$

$$\text{Время замедления до остановки: } t_{A3} = \frac{v}{a} = \frac{\sqrt{\frac{2aS}{3}}}{a} = \sqrt{\frac{2aS}{3a^2}} = \sqrt{\frac{2S}{3a}}$$

Убедимся что за время t_{A2} он пройдет расстояние $\frac{S}{3}$:

$$S' = v t_{A2} - \frac{1}{2} a t_{A2}^2 = \sqrt{\frac{2aS}{3}} \sqrt{\frac{S}{6a}} - \frac{1}{2} a \left(\sqrt{\frac{2S}{3a}} \right)^2 = \frac{2S}{3} - \frac{1}{2} a \frac{2S}{3a} = \frac{2S}{3} - \frac{S}{3} = \frac{S}{3} \text{ совпадает}$$

Общее время Антона

$$T_A = t_{A1} + t_{A2} + t_{A3} = \sqrt{\frac{2S}{3a}} + \sqrt{\frac{S}{6a}} + \sqrt{\frac{2S}{3a}} = 2\sqrt{\frac{2S}{3a}} + \sqrt{\frac{S}{6a}} = \sqrt{\frac{S}{a}} \left(2\sqrt{\frac{2}{3}} + \sqrt{\frac{1}{6}} \right) = \sqrt{\frac{S}{a}} \left(\frac{5\sqrt{6}}{6} \right)$$

Общее время Бориса T_B разбита на три равные части, по $\frac{T_B}{3}$

Первая треть времени: Равномерное ускорение a $v_0 = 0$

Конечная скорость $v_B = a \frac{T_B}{3}$

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
Шифр			920316

Пройденное расстояние $S_{B1} = \frac{1}{2} a \left(\frac{T_B}{3} \right)^2 = \frac{a T_B^2}{18}$

Вторая треть времени: Постоянная скорость $v_B = a \frac{T_B}{3}$

Пройденное расстояние $S_{B2} = v_B \frac{T_B}{3} = a \frac{T_B}{3} \frac{T_B}{3} = \frac{a T_B^2}{9}$

Последняя треть времени: Равномерное замедление a , начальная скорость

$$v_B = a \frac{T_B}{3}$$

Пройденное расстояние: $S_{B3} = v_B \frac{T_B}{3} - \frac{1}{2} a \left(\frac{T_B}{3} \right)^2 = a \frac{T_B}{3} \frac{T_B}{3} - \frac{a T_B^2}{18} =$
 $= \frac{a T_B^2}{9} - \frac{a T_B^2}{18} = \frac{a T_B^2}{18}$

Общая дистанция Бориса: $S_B = S_{B1} + S_{B2} + S_{B3} = \frac{a T_B^2}{18} + \frac{a T_B^2}{9} + \frac{a T_B^2}{18} =$
 $= \frac{4 a T_B^2}{18} = \frac{2 a T_B^2}{9}$

Так как $S_B = S$, то $S = \frac{2 a T_B^2}{9}$, откуда $T_B^2 = \frac{9 S}{2 a}$ и $T_B = \sqrt{\frac{9 S}{2 a}} =$
 $= 3 \sqrt{\frac{S}{2 a}} = \frac{3 \sqrt{2}}{2} \sqrt{\frac{S}{a}}$

Сравним время T_A и T_B

$$T_A = \sqrt{\frac{17 S}{6 a}} = \sqrt{\frac{17}{6}} \sqrt{\frac{S}{a}}$$

$$T_B = \frac{3 \sqrt{2}}{2} \sqrt{\frac{S}{a}} = \sqrt{\frac{9 \cdot 2}{4}} \sqrt{\frac{S}{a}} = \sqrt{\frac{18}{4}} \sqrt{\frac{S}{a}} = \sqrt{\frac{27}{6}} \sqrt{\frac{S}{a}}$$

Сравним $\sqrt{\frac{17}{6}}$ и $\sqrt{\frac{27}{6}}$

$\sqrt{\frac{17}{6}} < \sqrt{\frac{27}{6}}$, следовательно $T_A < T_B$, Антон придет к финишу первым.

$$\Delta t = T_B - T_A = \left(\frac{\sqrt{27}}{\sqrt{6}} - \frac{\sqrt{17}}{\sqrt{6}} \right) \sqrt{\frac{S}{a}} = \sqrt{\frac{S}{6 a}} (\sqrt{27} - \sqrt{17}) = \sqrt{\frac{S}{6 a}} (3\sqrt{3} - \sqrt{17})$$

Время обгона $\Delta T = T_B - T_A = \left(\frac{3\sqrt{2}}{2} - \sqrt{\frac{17}{6}} \right) \sqrt{\frac{S}{a}} = \left(\frac{3\sqrt{2} - 2\sqrt{17}}{2} \right) \sqrt{\frac{S}{a}} =$
 $= \frac{3\sqrt{2} - 2\sqrt{17}}{2} \sqrt{\frac{S}{a}}$

Проверим $3\sqrt{2} > 2\sqrt{17}$ или $81 \cdot 2 > 4 \cdot 17$

Ответ: Первым к финишу придет Антон, на которого Антон обогнал

Бориса, составляет $\Delta t = \frac{3\sqrt{2} - 2\sqrt{17}}{2} \sqrt{\frac{S}{a}}$

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
Шифр			

№4.

Потенциал, создаваемый первым шариком в вершине 2 и в вершине 3, равен:

$$\varphi_1 = \frac{kq_1}{a} \quad ; \quad \text{где} \quad k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$$

Выразим заряд первого шарика

$$q_1 = \frac{\varphi_1 \cdot a}{k}$$

Аналогично, второй шарик создает 1ч 3 потенциал φ_2

постоян:

$$\varphi_2 = \frac{kq_2}{a}$$

$$q_2 = \frac{\varphi_2 \cdot a}{k}$$

и третий шарик:

$$\varphi_3 = \frac{kq_3}{a}$$

$$q_3 = \frac{\varphi_3 \cdot a}{k}$$

На первый шарик действуют силы со стороны второго и третьего шарика.

Обоим силам, действующим на первый шарик со стороны второго

как F_{12} , а со стороны третьего как F_{13}

Согласно закону Кулона, модуль силы F_{12} равен

$$|F_{12}| = k \frac{|q_1| |q_2|}{a^2}$$

Подставим q_1 и q_2 через потенциалы

$$|F_{12}| = \frac{\left| \frac{\varphi_1 \cdot a}{k} \right| \cdot \left| \frac{\varphi_2 \cdot a}{k} \right|}{a^2} = \frac{\varphi_1 \cdot \varphi_2 \cdot a^2 \cdot k}{k^2 \cdot a} = \frac{\varphi_1 \cdot \varphi_2}{k}$$

Аналогично, модуль силы F_{13} равен:

$$|F_{13}| = k \frac{|q_1| |q_3|}{a^2} = \frac{\varphi_1 \cdot \varphi_3}{k}$$

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
Шифр			

Так как шарики заряжены положительно, силы F_{12} и F_{13} являются силами отталкивания и направлены вдоль сторон треугольника. В равностороннем треугольнике каждый угол равен 60° , так $\frac{180^\circ}{3} = 60^\circ$.

$$|F_1|^2 = |F_{12}|^2 + |F_{13}|^2 + 2|F_{12}||F_{13}|\cos 60^\circ$$

$$\cos 60^\circ = \frac{1}{2} \text{ потому:}$$

$$|F_1|^2 = |F_{12}|^2 + |F_{13}|^2 + |F_{12}| \cdot |F_{13}|$$

Подставим выражение для $|F_{12}|$ и $|F_{13}|$:

$$|F|^2 = \left(\frac{q_1 \cdot q_2}{k}\right)^2 + \left(\frac{q_1 \cdot q_3}{k}\right)^2 + \left(\frac{q_1 \cdot q_2}{k}\right) \cdot \left(\frac{q_1 \cdot q_3}{k}\right)$$

$$|F|^2 = \left(\frac{q_1^2}{k^2}\right) \cdot (q_2^2 + q_3^2 + q_2 \cdot q_3)$$

$$|F_1| = \left(\frac{q_1}{k}\right) \cdot \sqrt{q_2^2 + q_3^2 + q_2 \cdot q_3}$$

Таким образом, результирующая сила F_1 действует на первый шарик по модулю равен:

$$F_1 = \frac{q_1}{k} \cdot \sqrt{q_2^2 + q_3^2 + q_2 \cdot q_3} = 45 \cdot 10^{-9} \cdot \sqrt{q_2^2 + q_3^2 + q_2 \cdot q_3}$$

$$\text{где } k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$$

15.

Дано:

$$V = 500 \text{ м}^3$$

$$P = 110 \text{ кПа}$$

$$t = 45^\circ\text{C}$$

$$P_{\text{н}} = 100 \text{ кПа}$$

$$\varphi_{\text{в}} = 90\%$$

$$\varphi_{\text{г}} = 10\%$$

$m = ?$

$\rho_{\text{г}}$

316 К

Анализ и решение:

Используя уравнение Менделеева-Клапейрона для сухого воздуха:

$$\rho_{\text{с}} = \frac{P_{\text{с}} \cdot M_{\text{с}}}{R T}, \text{ где } M_{\text{с}} = 0,029 \frac{\text{кг}}{\text{моль}}$$

$$\rho_{\text{с}} = \frac{99100 \text{ Па} \cdot 0,029 \frac{\text{кг}}{\text{моль}}}{8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}} \cdot 316 \text{ К}} = 1,09 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

Используя уравнение Менделеева-Клапейрона для водяного пара: $\rho_{\text{в}} = \frac{P_{\text{в}} \cdot M_{\text{в}}}{R T}$

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
Шифр			

$$\mu_{\text{в}} = 0,018 \frac{\text{кг}}{\text{моль}}$$

$$p_{\text{в}} = \frac{900 \text{ Па} \cdot 0,018 \frac{\text{кг}}{\text{моль}}}{8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}} \cdot 316 \text{ К}} = 0,006 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

Плотность влажного воздуха: $\rho = \rho_{\text{с}} + p_{\text{в}} \approx 1,09 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} + 0,006 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \approx 1,096 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$

Найдем плотность воздуха в области с повышенной влажностью:

$$p_{\text{в}}' = \varphi' \cdot p_{\text{н}} = 0,9 \cdot 900 \text{ Па} = 810 \text{ Па}$$

Парциальное давление воздуха

Парциальное давление сухого воздуха:

$$p_{\text{с}}' = p - p_{\text{в}}' = 10000 \text{ Па} - 810 \text{ Па} = 9190 \text{ Па}$$

$$\rho_{\text{с}}' = \frac{9190 \text{ Па} \cdot 0,029 \frac{\text{кг}}{\text{моль}}}{8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}} \cdot 316 \text{ К}} = 1,01 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

$$p_{\text{в}} = \frac{810 \text{ Па} \cdot 0,018 \frac{\text{кг}}{\text{моль}}}{8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}} \cdot 316 \text{ К}} \approx 0,055 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

Плотность влажного воздуха:

$$\rho_2 = \rho_{\text{с}}' + p_{\text{в}} = 1,01 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} + 0,055 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} = 1,065 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

Определим разницу подъемных сил:

$$F_1 = (p_1 - p_2) \cdot g \cdot V$$

Подъемная сила в области с повышенной влажностью: $F_2 = (p_2 - p_1) \cdot g \cdot V$

Разница подъемных сил: $\Delta F = F_1 - F_2 = (p_1 - p_1) \cdot g \cdot V$

Найдем плотность водорода:

Используем уравнение Менделеева-Клапейрона: $p_1 = \frac{p_1 \cdot M}{R \cdot T}$

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
Шифр			

$$p_1 = \frac{110000 \text{ Па} \cdot 0,002 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}}{8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}} - 3,16 \cdot \text{К}} \approx 0,084 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

Рассчитаем разницу потенциалов сил

$$\Delta F = \left(1,036 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} - 1,065 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \right) 9,8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot 5000 \text{ м}^3 = 1519 \text{ Н}$$

Определим массу балласта

$$m = \frac{\Delta F}{g} = \frac{1519 \text{ Н}}{9,8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}} = 155 \text{ кг}$$

и 2

$\theta_{\text{min}} = ?$

Для первого маятника

$$x_1 = l_0 \cos \alpha \quad y_1 = l_0 \sin \alpha$$

$$x_2 = -l_0 \cos \beta \quad y_2 = l_0 \sin \beta$$

Для координат первого маятника в момент времени t

$$x_1 = l_0 \cos \alpha \cdot t \quad y_1 = l_0 \sin \alpha \cdot t - \frac{1}{2} g t^2$$

$$x_2 = -l_0 \cos \beta \cdot t \quad y_2 = l_0 \sin \beta \cdot t - \frac{1}{2} g t^2$$

Расстояние между маятниками

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$d = \sqrt{(-l_0 \cos \beta - l_0 \cos \alpha)^2 + (l_0 \sin \beta - l_0 \sin \alpha)^2}$$

$$d = l_0 \sqrt{(\cos \alpha + \cos \beta)^2 + (\sin \beta - \sin \alpha)^2}$$

Если $\cos \alpha + \cos \beta > 0$, маятники
пересекаются

Минимальное расстояние

$d(t)$ минимальна, когда:

$$-l_0 (\cos \alpha + \cos \beta) t = 0$$

$$t_{\text{min}} = \frac{0}{l_0 (\cos \alpha + \cos \beta)}$$

$$d_{\text{min}} = 0$$

60

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись

Шифр

13

Рассмотри график и найдем:

1-2: Изотермический

Работа в изотермическом процессе = 0

2-3: Изобарный

А в изобарном $A = P \Delta V$

3-4: Изотермический

Участок 2-3: $\Delta V > 0$; $P_2 = 3 \text{ ед}$

4-1: Изобарный

$A_{2,3} = P_2 \Delta V = 3 \cdot 6 = 18 \text{ ед}$

Участок 4-1 $V_2 = 7 \text{ ед}$

$$A_{4,1} = P_1 \Delta V = 1 \cdot (-6) = -6 \text{ ед}$$

$$A = A_{1,2} + A_{2,3} + A_{3,4} + A_{4,1} = 0 + 18 + 0 + (-6) = 12 \text{ ед}$$

Участок 1-2

$$Q_{1,2} = \frac{3}{2} V_1 (P_2 - P_1) = \frac{3}{2} \cdot 1 \cdot (3 - 1) = 3 \text{ ед}$$

Участок 2-3

$$Q_{2,3} = \frac{5}{2} P_2 (V_2 - V_1) = \frac{5}{2} \cdot 3 \cdot 6 = 45 \text{ ед}$$

Участок 3-4

$$Q_{3,4} < 0$$

Участок 4-1

$$Q_{4,1} < 0$$

$$Q = 3 + 45 = 48 \text{ ед}$$

$$\eta = \frac{A}{Q} = \frac{12}{48} = 0.25 = 25\%$$

155