Шифр | 08966

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
14	20.03.24	Хмылёва Т. Е	[illegible]

4) $0 < a < \frac{1}{2}$, $0 < b < \frac{1}{2}$

$b^2 - a^2 > b - a$

Д-ать: $b^3 - a^3 > b - a$

т.к $b^2 - a^2 > b - a$, то $a \neq b$, т.к $0 \not> 0$

$b^2 - a^2 > b - a$ $\qquad$ $b^3 - a^3 > b - a$

$(b-a)(b+a) > b - a \mid : b - a$ $\qquad$ $(b-a)(b^2 + ab + a^2) > b - a$

$b + a > 1$ $\qquad$ $b^2 + ab + a^2 > 1$

но $0 < a < \frac{1}{2}$ и $0 < b < \frac{1}{2}$ => $\qquad$ $b(b+a) + a^2 > 1$

=> $b + a < 1$, т.о $b - a < 0$ и $a > b$

$b^3 - a^3 > b - a$

$(b-a)(b^2 + ab + a^2) > b - a \mid : b - a < 0$

$b^2 + ab + a^2 < 1$

$b(b+a) + a^2 < 1$

$b + a < 1$ => $b(b+a) < 1$ и $b(b+a) < b$

7б

$0 < a < \frac{1}{2}$ => $a^2 < 1$ и $a^2 < a$, а раз $b + a < 1$, то и $b(b+a) + a^2 < 1$

~~т.о $b(b+a) + a^2 < 1$~~ $\qquad$ ч.т.д

3) Пусть m_1 кг – масса первого сплава, m_2 кг – масса второго сплава, и m_3 кг – масса серебряного слитка. x – концентрация золота в 1-м сплаве, тогда y – концентрация золота во 2-м сплаве, z – концентрация золота при сплавливании 3-х слитков

Место для скобы

Шифр 08966

$$\begin{cases} \overset{m_1}{\boxed{x}} + \overset{m}{\boxed{0}} = \overset{m+m_1}{\boxed{0,2}} \\ \overset{m_2}{\boxed{y}} + \overset{m}{\boxed{0}} = \overset{m+m_2}{\boxed{0,2}} \\ \overset{m_1}{\boxed{x}} + \overset{m_2}{\boxed{y}} = \overset{m_1+m_2}{\boxed{0,3}} \end{cases}$$

$$\overset{m_1}{\boxed{x}} + \overset{m_2}{\boxed{y}} + \overset{m}{\boxed{0}} = \overset{m_1+m_2+m}{\boxed{z}}$$

$m_1 x = (m_1+m)0,2$

$x = \frac{(m_1+m)0,2}{m_1}$

$0,2 = \frac{m_1 x}{m_1+m}$

$m_1x+m_2y=(m_1+m_2)0,3$

$0,3=\frac{m_1x+m_2y}{m_1+m_2}$

$m_1+m=5m_1x$

$m_2+m=5m_2y$

$m_1x+m_2y=(m_1+m_2)0,3$

$\frac{m_1(m_1+m)}{5m_1}+\frac{m_2(m+m_2)}{5m_2}=(m_1+m_2)0,3 \quad |\cdot 5$

$m_1+m+m+m_2=1,5m_1+1,5m_2$

$2m=0,5m_1+0,5m_2$

$m=\frac{m_1+m_2}{4}$

$m_2y=(m_2+m)0,2$

$y=\frac{m_2+m}{5m_2}$

$m_1x+m_2y=(m_1+m_2+m)z$

$\frac{m_1m_2y(m_1+m)}{m_1(m_2+m)}+m_2y=(m_1+m_2+m)z$

$\frac{m_2ym_1+m_2ym+m^2y+m_2ym}{m_1+m}=(m_1+m_2+m)z$

$\frac{m_2y+2m_2ym+m_1ym_1}{m_2+m}=(m_1+m_2+m)z$

$\frac{m_2(m_2+m)(m_2+2m+m_1)}{5m_2(m_2+m)}=(m_1+m+m_2)z$

$\frac{m_2+2m+m_1}{5}=(m_1+m_2+m)z$

$m_2+2m+m_1=5(m_1+m_2+m)z$

$m_1+m+m_2+m=5(m_1+m_2+m)z$

$5m_1x+5m_2y=5(m_1+m+m_2)z$

$m_1x+m_2y=(m_1+m+m_2)z$

$m_1x+m_2y=\left(m_1+\frac{m_1+m_2}{4}+m_2\right)z$

$m_1x+m_2y=\frac{(5m_1+5m_2)z}{4}$

$\frac{m_1x+m_2y}{m_1+m_2}=1,25z$

$z=\frac{0,3}{1,25}=\frac{0,24}{1}=\frac{12}{50}=\frac{24}{100}=0,24$ (24%)

78

Ответ: 24%

скобы

Шифр 08966

2) $t^4 - 2\sqrt{13}\cdot t^2 + t + 13 - \sqrt{13} = 0$

$(t^2 - \sqrt{13})^2 = t^4 - 2\sqrt{13}t^2 + 13$

$(t^2 - \sqrt{13})^2 + t - \sqrt{13} = 0$

$\forall$ к $(t^2 - \sqrt{13})^2 \geq 0$, то $t - \sqrt{13} \leq 0$ $t \leq \sqrt{13}$

$t^2 - \sqrt{13} \geq 0$

$t^2 \geq \sqrt{13}$

$t_1 \geq \sqrt[4]{13}$

$t_2 \geq -\sqrt[4]{13}$

? $t = ?$ 0б

$-\sqrt[4]{13}$ $\sqrt[4]{13}$ $\sqrt{13}$ t

$t \in (\sqrt[4]{13}; \sqrt{13})$

Ответ. $(\sqrt[4]{13}; \sqrt{13})$

1 $3^{4046} - 3^{2023}\cdot 5^{1012} + 5^{2024}$

→ неполный квадрат

$(3^{2023})^3 + (5^{1012})^3 = (3^{2023} + 5^{1012})(3^{4046} - 3^{2023}\cdot 5^{1012} + 5^{2024})$

Т.о. $3^{4046} - 3^{2023}\cdot 5^{1012} + 5^{2024}$ – составное число

ч.т.д.

0б