



Поможет нам из подобных треугольников  $\triangle ABO \sim \triangle A'B'O$  и  $\triangle BCO \sim \triangle B'C'O$  следует  $OA' = 2,5OA$ ,  $OB' = 6OB$

$$3) \frac{1}{F} = \frac{1}{d} + \frac{1}{f}$$

Для точек D и C; т.к. линза одна, то величина ур-ий:

$$\begin{cases} \frac{1}{F} = \frac{1}{OA} + \frac{1}{OA'} \\ \frac{1}{F} = \frac{1}{OB} + \frac{1}{OB'} \end{cases} \Rightarrow \frac{OA' + OA}{OA \cdot OA'} = \frac{OB' + OB}{OB \cdot OB'} \Rightarrow \frac{2,5OA + OA}{2,5OA^2} = \frac{6OB + OB}{6OB^2} \Rightarrow$$

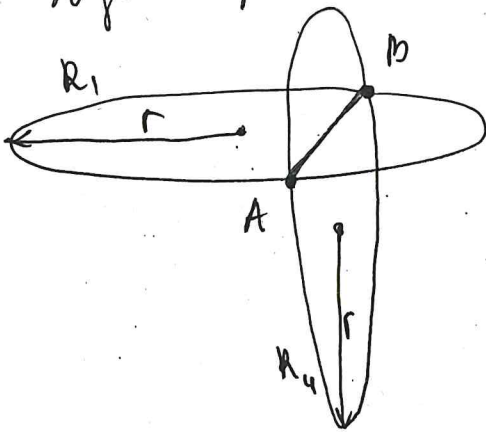
$$\Rightarrow \frac{3,5}{2,5OA} = \frac{7}{6OB} \Rightarrow OA = \frac{3,5 \cdot 6}{2,5 \cdot 7} \quad OB = \frac{21}{17,5} OB = 1,2 OB$$

$$4) S_{ABCO} = x \cdot (OA - OB) = x \cdot 0,2 \cdot OB$$

$$S_{A'B'C'O} = \frac{2,5x + 6x}{2} \cdot (OB' - OA') = \frac{8,5}{2} x \cdot (6OB - 2,5 \cdot 1,2 OB) = \frac{8,5}{2} x \cdot 3OB$$

$$\frac{S_{A'B'C'O}}{S_{ABCO}} = \frac{\frac{8,5}{2} x \cdot 3OB}{x \cdot 0,2 \cdot OB} = \frac{8,5 \cdot 3}{2 \cdot 0,2} = \underline{\underline{63,75}} \quad \checkmark \quad 205$$

Задача 4

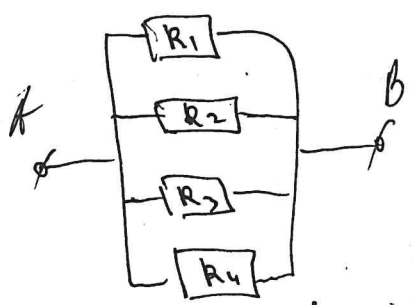


1) Радиус у обоих колец одинаковое радиусом, материал и площадь поперечного сечения, следовательно общее сопротивление кольца  ~~$R_1 = R_2 = R$~~   $R$ , т.к.  $R = \frac{\rho l}{S}$

2) Т.к.  ~~$r_1 = r_2 = r$~~   $r_1 = r_2 = r$ , а AB - общая хорда, то AB ставим одинаковые дуги тогда  $R_2 = R_3 = x$ , где  $R_1, R_2, R_3$

и  $R_4$  - обозначим соотв. сопротивления у дуг (см. рис.)

3) Найти эквивалентная схема:



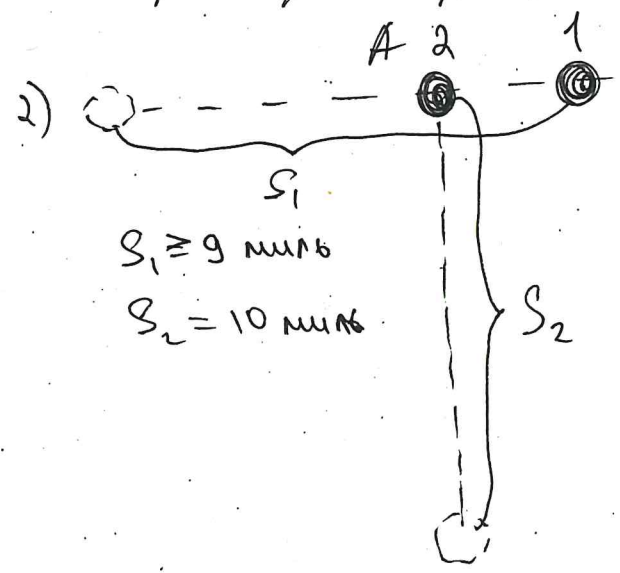
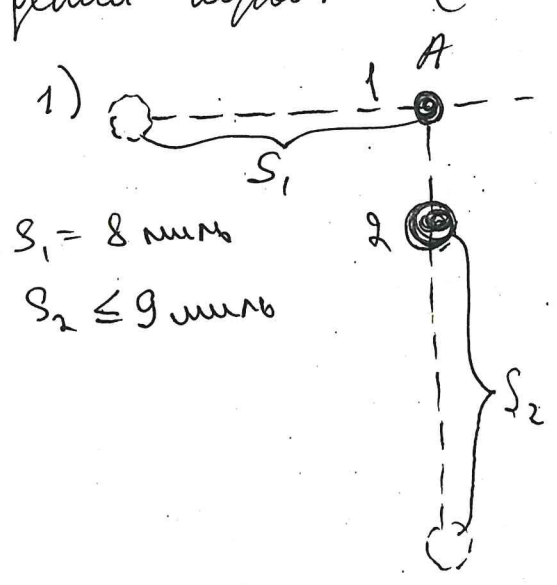
При этом  $x = \frac{1}{4}$  от всей сар.  
 Тогда  $R_2 = R_3 = \frac{R}{4}$ , а  $R_1 = R_4 = \frac{3R}{4}$

$$\begin{aligned}
 4) \quad \frac{1}{R_{общ}} &= \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} = \frac{2}{R} + \frac{2}{\frac{3R}{4}} = \frac{8}{R} + \frac{8}{3R} = \\
 &= \frac{24 + 8}{3R} = \frac{32}{3R} \Rightarrow R_{общ} = \frac{3R}{32} = \underline{\underline{\frac{3}{32} R}}
 \end{aligned}$$

5) И.е.  $\frac{R_{общ}}{R} = \frac{3}{32}$  ↑ 185.

Задача 2

Согласно усл. того, что первый корабль первым пройдёт точку пересечения траекторий, велич 2 варианта нахождения кораблей. (A - точка перес. траекторий)



~~Знайти декоративне шило мінімальне значення в обох випадках  $S_2 \rightarrow \min$ .~~

Розв'язати кожну задачу окремо:

① 
$$\begin{cases} S_1 = v_1 t + \frac{a t^2}{2} = 8 \\ S_2 = v_2 t + \frac{a t^2}{2} \leq 9 \end{cases} \quad \begin{matrix} a_1 = a_2 = a \\ t_1 = t_2 = t \end{matrix}$$

$8t + \frac{a t^2}{2} = 8 \Rightarrow a = \frac{2 \cdot (8 - 8t)}{t^2}$

П.к.  $t$  - зростає, тоді  $a$  буде  $\min$ ,  $t$  повинно бути  $\max \Rightarrow t = \frac{1}{2}$

$10t + 8 - 8t \leq 9$   
 $2t \leq 1$   
 $t \leq \frac{1}{2}$

$a = \frac{2 \cdot (8 - 4)}{\frac{1}{4}} = 4 \cdot 2 \cdot 4 = 32$

② 
$$\begin{cases} S_1 = v_1 t + \frac{a t^2}{2} \geq 9 \\ S_2 = v_2 t + \frac{a t^2}{2} = 10 \end{cases}$$

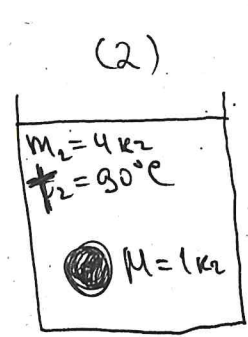
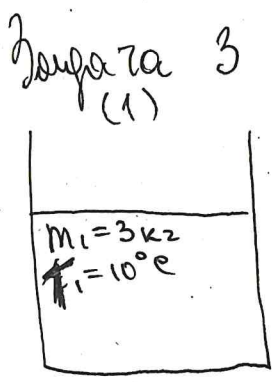
$10t + \frac{a t^2}{2} = 10 \Rightarrow a = \frac{2 \cdot (10 - 10t)}{t^2}$

Аналогічно є  $t = \frac{1}{2}$  в цьому випадку

$8t + 10 - 10t \geq 9$   
 $2t \leq 1$   
 $t \leq \frac{1}{2}$

$a = \frac{2 \cdot (10 - 5)}{\frac{1}{4}} = 4 \cdot 2 \cdot 5 = 40$

3)  $a_1 < a_2$ , т.к.  $a_1 = 32$ ,  $a_2 = 40 \Rightarrow a_1 = 32$  м/с<sup>2</sup>



$Q = cm\Delta t \quad Q_1 + Q_2 = 0$

Цикл 1:  $c_{Al} \cdot M (t_1 - 90) + c_B \cdot m_1 (t_1 - 10) = 0$

$t_1 = \frac{90 \cdot c_{Al} \cdot M + 10 \cdot c_B \cdot m_1}{c_{Al} \cdot M + c_B \cdot m_1} \approx 15,3^\circ \text{C}$



$$C_{AL} M (t_2 - t_1) + C_B m_2 (t_2 - 90) = 0$$

$$t_2 = \frac{C_{AL} M t_1 + C_B m_2 \cdot 90}{C_{AL} \cdot M + C_B \cdot m_2} \cong 86,2^\circ\text{C}$$

Видно, что чем меньше ~~разности~~ разности температур, тем меньше ~~разности~~ разности температур. Составим рекуррентные формулы для ускорения перегрева.

$$t_{n1} = \frac{C_{AL} \cdot M \cdot t_{(n-1)2} + C_B \cdot m_1 \cdot t_{(n-1)1}}{C_{AL} \cdot M + C_B \cdot m_1} \quad \text{и} \quad t_{n2} = \frac{C_{AL} \cdot M \cdot t_{n1} + C_B \cdot m_2 \cdot t_{(n-1)2}}{C_{AL} \cdot M + C_B \cdot m_2}$$

где  $t_{n1}$  - n-ая температура в том сосуде

$t_{n2}$  - n-ая температура во 2ом сосуде

(где n - номер цикла)

Подставим константы:

$$\begin{cases} t_{n1} \cong 0,067 t_{(n-1)2} + 0,933 t_{(n-1)1} \\ t_{n2} \cong 0,051 t_{n1} + 0,949 t_{(n-1)2} \end{cases}$$

Итого:  $t_{21} = 20,1^\circ\text{C}$   
 $t_{22} = 82,8^\circ\text{C}$

$t_{31} = 24,3^\circ\text{C}$   
 $t_{32} = 79,8^\circ\text{C}$

$t_{41} = 28,0^\circ\text{C}$   
 $t_{42} = 77,2^\circ\text{C}$

$t_{51} = 31,3^\circ\text{C}$   
 $t_{52} = 74,9^\circ\text{C}$

$t_{61} = 34,2^\circ\text{C}$   
 $t_{62} = 72,8^\circ\text{C}$

$t_{71} = 36,8^\circ\text{C}$   
 $t_{72} = 70,9^\circ\text{C}$

$t_{81} = 39,1^\circ\text{C}$   
 $t_{82} = 69,3^\circ\text{C}$

$t_{91} = 41,1^\circ\text{C}$   
 $t_{92} = 67,9^\circ\text{C}$

$t_{101} = 42,9^\circ\text{C}$   
 $t_{102} = 66,6^\circ\text{C}$

$t_{111} = 44,5^\circ\text{C}$   
 $t_{112} = 65,5^\circ\text{C}$

$t_{121} = 45,9^\circ\text{C}$   
 $t_{122} = 64,5^\circ\text{C}$

$$\begin{array}{l}
 \left\{ \begin{array}{l} t_{141} = 47,2^{\circ}\text{C} \\ t_{142} = 63,6^{\circ}\text{C} \end{array} \right. \quad
 \left\{ \begin{array}{l} t_{141} = 48,3^{\circ}\text{C} \\ t_{142} = 62,8^{\circ}\text{C} \end{array} \right. \quad
 \left\{ \begin{array}{l} t_{151} = 49,3^{\circ}\text{C} \\ t_{152} = 61,6^{\circ}\text{C} \end{array} \right. \quad
 \left\{ \begin{array}{l} t_{161} = 50,1^{\circ}\text{C} \\ t_{162} = 61,0^{\circ}\text{C} \end{array} \right. \\
 \\
 \left\{ \begin{array}{l} t_{171} = 50,8^{\circ}\text{C} \\ t_{172} = 60,5^{\circ}\text{C} \end{array} \right. \quad
 \left\{ \begin{array}{l} t_{181} = 51,5^{\circ}\text{C} \\ t_{182} = 60,0^{\circ}\text{C} \end{array} \right. \quad
 \left\{ \begin{array}{l} t_{191} = 52,1^{\circ}\text{C} \\ t_{192} = 59,6^{\circ}\text{C} \end{array} \right. \quad
 \left\{ \begin{array}{l} t_{201} = 52,6^{\circ}\text{C} \\ t_{202} = 59,2^{\circ}\text{C} \end{array} \right. \\
 \\
 \left\{ \begin{array}{l} t_{211} = 53,0^{\circ}\text{C} \\ t_{212} = 58,9^{\circ}\text{C} \end{array} \right. \quad
 \left\{ \begin{array}{l} t_{221} = 53,4^{\circ}\text{C} \\ t_{222} = 58,6^{\circ}\text{C} \end{array} \right. \quad
 \left\{ \begin{array}{l} t_{231} = 53,8^{\circ}\text{C} \\ t_{232} = 58,4^{\circ}\text{C} \end{array} \right.
 \end{array}$$

$\Delta t_{23} = 4,6^{\circ}\text{C} \Rightarrow$  количество повторений - 23. раза ✓

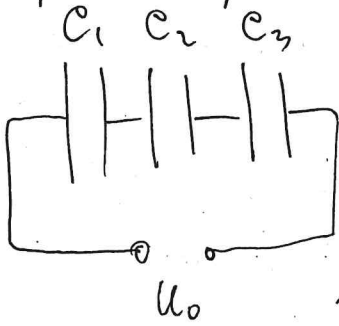
~~Число~~ Число реальных повторений может отличаться, при-  
 чём ~~для~~ достаточно сильно, так как на каждом из 23  
 этапов подъёма происходило округление согласно минима-  
 лизации правил.

(продолжение решения других  
 задач на следующей стр.)



Задача 5

Данная система представляет собой схему из конденсаторов, подключённых параллельно друг другу:



Где  $C_1$  - нижний,  $C_2$  - диэлектриком,  $C_3$  - верхний конденсатор.

1)  $C = \frac{\epsilon \epsilon_0 S}{d}$  Тогда  $C_1 = \frac{\epsilon_0 S}{d}$ ,  $C_2 = \frac{\epsilon \epsilon_0 S}{d_1 + x}$

$C_3 = \frac{\epsilon_0 S}{H - d - d_1 - x}$

$d_1 = 4 \text{ мм}$

$x$  - перемещение одной из пластин  $C_2$  (верхней)  $S = L^2$

2) П.к. все конденсаторы соединены, то  $q_1 = q_2 = q_3$

$C = \frac{q}{U} \Rightarrow q = CU \Rightarrow C_1 U_1 = C_2 U_2 = C_3 U_3$

При этом  $U_1 + U_2 + U_3 = U_0$ , т.к. последовательное соединение.

3) По условию любой проводим при  $E_2 = 20 \text{ кВ/мм}$

$E = \frac{U}{d} \Rightarrow \cancel{U_2 = E_2 d_2} E_2 = \frac{U_2}{d_1 + x}$

4) П.к. все экв. сер. конденсаторов:

$\frac{1}{C_{\text{общ}}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} = \frac{C_2 C_3 + C_1 C_3 + C_1 C_2}{C_1 C_2 C_3} \Rightarrow$

$\Rightarrow C_{\text{общ}} = \frac{C_1 C_2 C_3}{C_1 C_2 + C_2 C_3 + C_1 C_3}$

5)  $q_1 = q_2 = q_3 = q_{\text{общ}} = C_{\text{общ}} \cdot U_0$

Место для скобы

Шифр

$$\begin{aligned}
 6) C_{обл}(X) &= \frac{\frac{\epsilon_0 S}{d} \cdot \frac{\epsilon \epsilon_0 S}{d_1+x} \cdot \frac{\epsilon_0 S}{H-d-d_1-x}}{\frac{\epsilon_0 S}{d} \cdot \frac{\epsilon \epsilon_0 S}{d_1+x} + \frac{\epsilon \epsilon_0 S}{d_1+x} \cdot \frac{\epsilon_0 S}{H-d-d_1-x} + \frac{\epsilon_0 S}{d} \cdot \frac{\epsilon_0 S}{H-d-d_1-x}} \\
 &= \frac{\epsilon \epsilon_0 S}{\epsilon(H-d-d_1-x) + \epsilon d + d_1+x} = \frac{\epsilon \epsilon_0 S}{\epsilon H - \epsilon d_1 - \epsilon x + d_1+x}
 \end{aligned}$$

$$7) q_{обл}(X) = C_{обл}(X) \cdot U_0 = \frac{\epsilon \epsilon_0 S U_0}{\epsilon H - \epsilon d_1 - \epsilon x + d_1+x}$$

$$\begin{aligned}
 8) U_2 = U_0 - U_1 - U_3 &= U_0 - \frac{q_{обл}(X)}{C_1} - \frac{q_{обл}(X)}{C_3} = \\
 &= U_0 - \frac{\epsilon \epsilon_0 S U_0}{(\epsilon H - \epsilon d_1 - \epsilon x + d_1+x) \epsilon_0 S} \cdot d - \frac{\epsilon \epsilon_0 S U_0 \cdot (H-d-d_1-x)}{(\epsilon H - \epsilon d_1 - \epsilon x + d_1+x) \epsilon_0 S} =
 \end{aligned}$$

~~$$U_0 - \frac{\epsilon U_0 d}{\epsilon H - \epsilon d_1 - \epsilon x + d_1+x}$$~~

$$= \frac{U_0(\epsilon H - \epsilon d_1 - \epsilon x + d_1+x) - \epsilon U_0 d - \epsilon U_0 (H-d-d_1-x)}{\epsilon H - \epsilon d_1 - \epsilon x + d_1+x} =$$

~~$$U_0 - \frac{\epsilon U_0 d}{\epsilon H - \epsilon d_1 - \epsilon x + d_1+x}$$~~

$$= \frac{\epsilon H U_0 - \epsilon d_1 U_0 - \epsilon x U_0 + d_1 U_0 + x U_0 - \epsilon U_0 d - \epsilon U_0 H + \epsilon U_0 d + \epsilon U_0 d_1 + \epsilon U_0 x}{\epsilon H - \epsilon d_1 - \epsilon x + d_1+x} =$$

$$= \frac{d_1 U_0 + x U_0}{\epsilon H - \epsilon d_1 - \epsilon x + d_1+x} = \frac{U_0 (d_1+x)}{\epsilon H - \epsilon d_1 - \epsilon x + d_1+x}$$

$$9) \frac{U_2}{d_1+x} = E_2 \quad \text{Полюса: } U_2 = (d_1+x) \cdot E_2$$

~~$$\frac{(d_1+x) U_0}{\epsilon H - \epsilon d_1 - \epsilon x + d_1+x} = E_2 \cdot (d_1+x)$$~~





$$U_0 = E_2 (\epsilon H - \epsilon d_1 - \epsilon x + d_1 + x)$$

$$x(1 - \epsilon) = \frac{U_0}{E_2} - \epsilon H + \epsilon d_1 - d_1$$

$$x = \left( \frac{U_0}{E_2} - \epsilon H + \epsilon d_1 - d_1 \right) \cdot \frac{1}{1 - \epsilon}$$

$$x = \left( \frac{400 \cdot 10^3}{20 \cdot 10^3} - 4 \cdot 10 + 4 \cdot 4 - 4 \right) \cdot \frac{1}{1 - 4} = (20 - 40 + 16 - 4) \cdot \left( -\frac{1}{3} \right) =$$

$$\approx \cancel{2,67 \text{ мм}} = \frac{8}{3} \text{ мм}$$

10) Объём диэлектрика для пробы:

$$V = S \cdot x = L^2 \cdot x = 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot \frac{8}{3} = 26666,6 \text{ мм}^3$$

$$\approx 26666,67 \text{ мм}^3$$

100