

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
858		Червонская А.С.	Авер
Шифр			011024

201

Дано

Решение

S

δ

$a_{1A} = -a_{2A}$

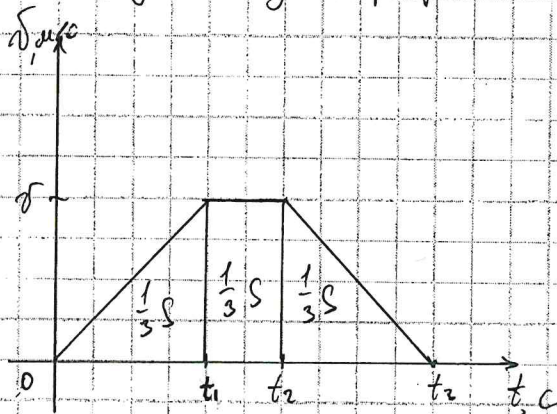
$a_{1B} = -a_{2B}$

$at = ?$

Антон (А) первую треть пути бежал с постоянным ускорением, вторую треть бежал со скоростью δ а третью часть пути тормозил с тем же ускорением, что и в начале,

нарисуем график зависимости $\delta(t)$, где

площадь под графиком равна перемещению



т.к. перемещения на всех трех участках равны, то равны и площади фигур

под графиком, тогда

$$\frac{\delta \cdot t_1}{2} = \delta (t_2 - t_1), \quad (t_2 - t_1) - \text{время движения с постоянной скоростью}$$

$$t_1 = 2(t_2 - t_1)$$

также: $\frac{t_1 \cdot \delta}{2} = \frac{(t_3 - t_2) \cdot \delta}{2} \Rightarrow t_1 = t_3 - t_2$

значит все время движения равно $t_3 = t_1 + \frac{t_1}{2} + t_1 = 2t_1 + \frac{t_1}{2} = \frac{5t_1}{2}$

или t_1 из площади:

$$\frac{1}{3} S = \frac{t_1 \cdot \delta}{2} \Rightarrow t_1 = \frac{2}{3} \frac{S}{\delta} \Rightarrow t_3 = \frac{5 \cdot 2}{3 \cdot 2} \frac{S}{\delta} = \frac{5}{3} \frac{S}{\delta}$$

Борис (Б)

Борис разделил свой путь на 3 равных по времени промежутка, где на первом ускорялся, на втором бежал

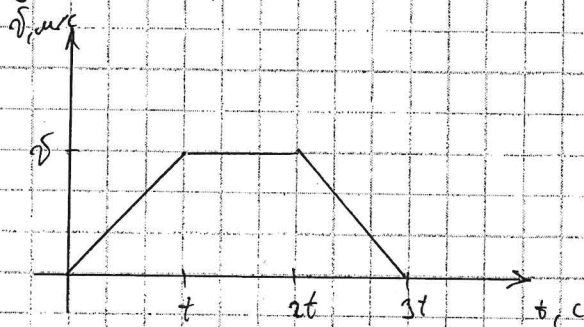
Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись

Шифр

Задача 1 (продолжение)

с постоянной скоростью v , а на третьем горизонтальном участке — с тем же ускорением, что и в начале.

нарисуем график зависимости $v(t)$



тогда все перемещение равно $S = \frac{v \cdot t + v \cdot t + \frac{v \cdot t}{2}}{2} \cdot v =$

$= 2vt$, тогда один промежуток движения

по времени равен $t = \frac{S}{2v}$, значит все время движения равно $t_0 = 3t = \frac{3}{2} \cdot \frac{S}{v}$

тогда Борис прибавит к функции первого и

разница между ними будет равна $\Delta t = t_1 - t_0 =$

$$= \frac{5}{3} \cdot \frac{S}{v} - \frac{3}{2} \cdot \frac{S}{v} = \frac{1}{6} \cdot \frac{S}{v}$$

Ответ: $\frac{1}{6} \cdot \frac{S}{v}$

Задача 2

Дано
(из графика)

$$\begin{aligned} R_1 &= R, R_2 = 3R \\ R_3 &= 3R, R_4 = 3R \\ U_1 &= U_2 = 2U \\ U_3 &= U_4 = 6U \end{aligned}$$

$\eta = ?$

Решение

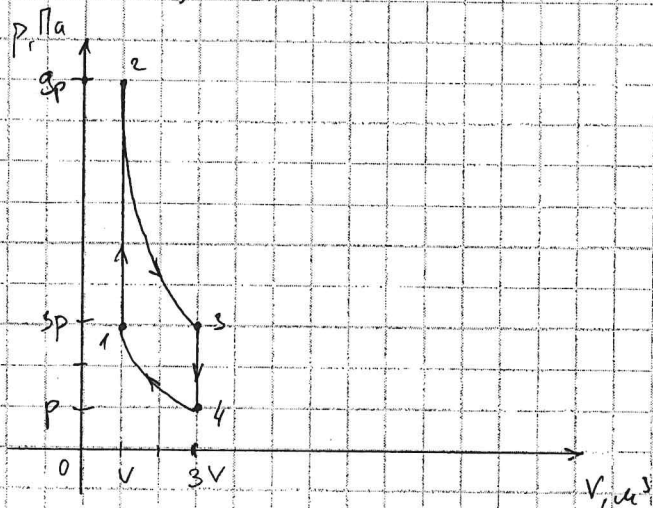
$$\begin{aligned} I_1 &= I_2 = I_3 = I_4 = I \\ P_1 &= P_2 = P_3 = P_4 = P \\ U_1 &= U_2 = 2U \\ U_3 &= U_4 = 6U \end{aligned}$$

Так как $U_1 = U_2 = U$, тогда $U_3 = U_4 = 3U$

на чертах перенесем график процесса в ось p и v

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
Шифр			

№3 (продолжение)



$$\eta = \frac{Q_{12} - |Q_{41}|}{Q_{12}} = 100\%$$

$$Q_{12} = Q_{12} + Q_{23}$$

$$Q_{12} = \Delta U_{12} + A_{12}, \quad A_{12} \geq 0, \quad \text{т.к. } \Delta V_{12} \geq 0, \quad \text{тогда}$$

$$Q_{12} \geq \Delta U_{12}$$

$$Q_{23} = A_{23} + \Delta U_{23}, \quad \Delta U_{23} \leq 0, \quad \text{т.к. } 2-3 - \text{адиабатический процесс } (\Delta T_{23} \leq 0)$$

$$Q_{23} \leq A_{23}$$

$$Q_{12} = Q_{12} + Q_{23} = \Delta U_{12} + A_{23}$$

$$Q_{41} = Q_{34} + Q_{41}$$

$$Q_{34} = \Delta U_{34} + A_{34}, \quad A_{34} \geq 0, \quad \text{т.к. } \Delta V_{34} \geq 0$$

$$Q_{34} \geq \Delta U_{34}$$

$$Q_{41} = A_{41} + \Delta U_{41}, \quad \Delta U_{41} \leq 0, \quad \text{т.к. } \Delta T_{41} \leq 0$$

$$Q_{41} = \Delta U_{34} + A_{41}$$

$$\Delta U_{34} = \frac{i}{2} \Delta T_4 - \frac{i}{2} \Delta T_3 = \frac{i}{2} \Delta T (T_4 - T_3) =$$

$$= \frac{i}{2} \Delta T (2T - 6T) = -\frac{i}{2} \Delta T \cdot 4T = -2i \Delta T (i = 3, \text{ т.к. } \text{одноатомный газ})$$

$$\Delta U_{34} = -6 \Delta T$$

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
Шифр			

$$\Delta U_{12} = U_2 - U_1 = \frac{i}{2} \int R T_2 - \frac{i}{2} \int R T_1 = \frac{3}{2} \int R (T_2 - T_1) = \frac{3}{2} \int R (6T - 2T) =$$

$$= \frac{3 \cdot 4}{2} \int R T = 6 \int R T$$

$A_{123} :$

процесс 12 характеризуется уравнением $p(V) = \frac{\int R T_{12}}{V}$,
т.к. процесс изобарный то $T_{12} = \text{const} = T_2 = 6T$,
значит $p(V) = \frac{6 \int R T}{V}$, A_{123} - площадь под графиком в

осах $p(V)$

$$A_{123} = \int_V^{3V} \frac{6 \int R T}{V} = 6 \int R T \cdot \ln V \Big|_V^{3V} = 6 \int R T \cdot \ln(3V) - 6 \int R T \cdot \ln 3V =$$

$$= 6 \int R T (\ln(3V) - \ln V) = 6 \int R T (\ln 3 + \ln V - \ln V) = 6 \ln 3 \int R T$$

$A_{141} :$

процесс 41 харак. уравнением $p'(V) = \frac{\int R T_{41}}{V}$
тогда же т.к. $T_{41} = T_4 = 2T$, то $p'(V) = \frac{2 \int R T}{V}$

A_{141} - площадь криволинейной трапеции (ограниченная, т.к. $\Delta V_{41} < 0$)

$$A_{141} = - \int_V^{3V} \frac{2 \int R T}{V} = - 2 \int R T \cdot \ln V \Big|_V^{3V} = - (2 \int R T \cdot \ln 3V - 2 \int R T \cdot \ln V) =$$

$$= - 2 \int R T (\ln 3V - \ln V) = - 2 \int R T (\ln 3 + \ln V - \ln V) = - 2 \ln 3 \int R T$$

тогда $\eta = \frac{Q_k - |Q_x|}{Q_k} \cdot 100\% = \left(1 - \frac{|Q_x|}{Q_k} \right) \cdot 100\% =$

$$= \left(1 - \frac{Q_k - |Q_x|}{Q_k} \right) \cdot 100\% = \left(1 - \frac{6 \int R T - 2 \ln 3 \int R T}{6 \int R T + 6 \ln 3 \int R T} \right) \cdot 100\% =$$

$$= \left(1 - \frac{\int R T (6 - 2 \ln 3)}{\int R T (6 + 6 \ln 3)} \right) \cdot 100\% = \left(1 - \frac{6 - 2 \ln 3}{6 + 6 \ln 3} \right) \cdot 100\% =$$

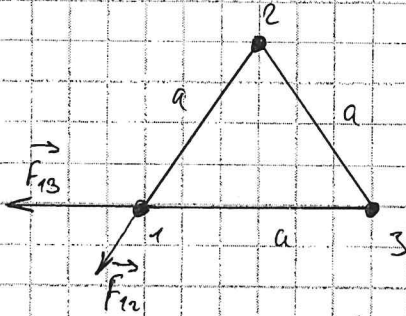
$$= 34,89\% \approx 35\%$$

Ответ: 35% ✓

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
Шифр			

Зад 4
Дано
 φ_1, φ_2
 φ_3
 $F_1 = ?$

Решение



Пусть сторона треугольника
равна a

т.к. все шарики заряжены положительно,
то сила Кулона направлена приложенная
к шарiku 1 т.е. направлена в сторону отталкивания
от двух других шариков
 $\varphi_2 \propto \frac{q}{r}, \epsilon \approx 1 \Rightarrow \varphi_2 = \frac{kq}{r}$ (r - расстояние между
точками, где измеряется потенциал, q - заряд источника,
 k - постоянная коэффициента пропорциональности в законе Кулона)

$$\varphi_1 = \frac{kq_1}{a} \Rightarrow q_1 = \frac{\varphi_1 \cdot a}{k} \quad q_2 = \frac{\varphi_2 \cdot a}{k} \quad q_3 = \frac{\varphi_3 \cdot a}{k}$$

$$F_{12} = k \frac{q_1 q_2}{a^2} = k \cdot \frac{\frac{\varphi_1 \cdot a}{k} \cdot \frac{\varphi_2 \cdot a}{k}}{a^2} = \frac{\varphi_1 \cdot \varphi_2}{k}$$

$$F_{13} = k \frac{q_1 q_3}{a^2} = k \cdot \frac{\frac{\varphi_1 \cdot a}{k} \cdot \frac{\varphi_3 \cdot a}{k}}{a^2} = \frac{\varphi_1 \cdot \varphi_3}{k}$$

т.к. треугольник равносторонний, то
 $\angle F_{12}, F_{13} = 60^\circ$

по правилу сложения
векторов найдем F_1

$$|F_{12}| = |F_{13}| \Rightarrow \text{по т. косинусов } F_1^2 = F_{12}^2 + F_{13}^2 - 2 \cdot \cos 120^\circ \cdot F_{12} \cdot F_{13} \Rightarrow$$

$$F_1 = \sqrt{F_{12}^2 + F_{13}^2 + F_{12} \cdot F_{13}} = \sqrt{\frac{\varphi_1^2 \varphi_2^2}{k^2} + \frac{\varphi_1^2 \varphi_3^2}{k^2} + \frac{\varphi_1^2 \varphi_2 \varphi_3}{k^2}} =$$

$$= \frac{\varphi_1}{k} \sqrt{\varphi_2^2 + \varphi_3^2 + \varphi_2 \varphi_3}$$

$$\text{Ответ } \frac{\varphi_1}{k} \sqrt{\varphi_2^2 + \varphi_3^2 + \varphi_2 \varphi_3} = ?$$

185

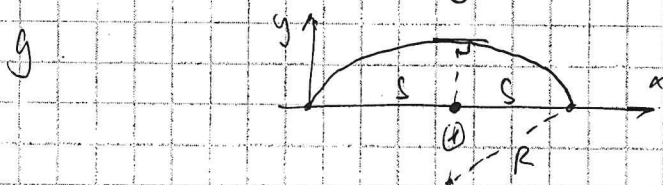
Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
Шифр			

522

Дано
 S, v_0
 $\Delta l = ?$

Решение

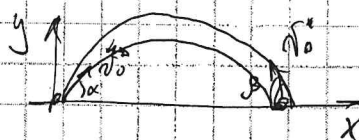
Перейдем в ИСО первого мячика, тогда по оси x 2 мячик будет двигаться РПА, а по оси y в равноускоренно y с ускорением g



законный график представляет собой дугу окружности значит расстояния от мячика (1) до мячика (2) в любой момент - это расстояния от точки (1) до касательной к данной траектории а значит крайнее расстояние между ними будет в момент равенства их x координат.

Вернемся в ИСО Земли:

$$x_1 = v_0 \cos \alpha t \quad x_2 = v_0 \cos \beta t$$



$$t_1 = t_2, \quad x_1 = x_2 \quad (\text{т.к. бросили одновременно})$$

$$\begin{cases} x_1 = v_0 \cos \alpha t \\ x_2 = v_0 \cos \beta t \end{cases}$$

$$\text{от: } \begin{cases} x_1 = v_0 \cos \alpha t \\ x_2 = 1 - v_0 \cos \beta t \end{cases}$$

$$v_0 t = \frac{S}{\cos \alpha + \cos \beta} \quad (1)$$

$$x_1 = x_2 \Rightarrow v_0 \cos \alpha t = 1 - v_0 \cos \beta t \Rightarrow v_0 (\cos \alpha + \cos \beta) = 1 \Rightarrow \frac{S}{\cos \alpha + \cos \beta} = 1$$

$$\begin{cases} y_1 = v_0 \sin \alpha t - \frac{gt^2}{2} \\ y_2 = v_0 \sin \beta t - \frac{gt^2}{2} \end{cases}$$

$$\text{от: } \begin{cases} y_1 = v_0 \sin \alpha t - \frac{gt^2}{2} \\ y_2 = v_0 \sin \beta t - \frac{gt^2}{2} \end{cases}$$

$$\Delta l = y_2 - y_1 = v_0 \sin \beta t - \frac{gt^2}{2} - v_0 \sin \alpha t + \frac{gt^2}{2} = v_0 (\sin \beta - \sin \alpha)$$

$$(1): \Delta l = y_2 - y_1 = \frac{S}{\cos \alpha + \cos \beta} \cdot (\sin \beta - \sin \alpha) \quad (2)$$

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
Шифр			

Задача (продолжение)

$$S = v_0 \cos \beta t_1 = v_0 \cos \alpha t_2$$

$$y = y_0 + v_{0y} t_1 = \frac{g t_1^2}{2} \quad (\text{все время полета})$$

$$0g: 0 = 0 + v_0 \sin \alpha t_1 = \frac{g t_1^2}{2} \Rightarrow t_1 = \frac{2 v_0 \sin \alpha}{g}$$

$$t_2 = \frac{2 v_0 \sin \alpha}{g} \quad (\text{аналогично})$$

$$l = \frac{2 v_0 \cos \beta \cdot \sin \beta}{g} = \frac{2 v_0 \cos \alpha \cdot \sin \alpha}{g}$$

$$\sin \beta = \frac{g l}{2 v_0 \cos \beta}, \quad \sin \alpha = \frac{g l}{2 v_0 \cos \alpha}$$

$$\textcircled{4}: \Delta l = \frac{l}{\cos \alpha \cos \beta} \cdot \left(\frac{g l}{2 v_0 \cos \beta} - \frac{g l}{2 v_0 \cos \alpha} \right) = \frac{g l^2}{2 v_0 (\cos^2 \beta - \cos^2 \alpha)}$$

$$\text{Ответ: } \Delta l = \frac{g l^2}{2 v_0 (\cos^2 \beta - \cos^2 \alpha)}$$

Задача

Дано

$$V_1 = 5000 \text{ м}^3$$

$$p = 110 \text{ кПа}$$

$$T = 43^\circ \text{C}$$

$$\varphi_1 = 10\%$$

$$p_{\text{атм}} = 100 \text{ кПа}$$

$$\varphi_2 = 90\%$$

$$p_{\text{к.н.}} = 9000 \text{ Па}$$

$n = ?$

Решение

$$\varphi_2 = \frac{p}{p_{\text{к.н.}}} \cdot 100\%; \quad \varphi_1 = \frac{p_1}{p_{\text{к.н.}}} \cdot 100\%; \quad \varphi_2 = \frac{p_2}{p_{\text{к.н.}}} \cdot 100\%$$

$$p_1 = \frac{\varphi_1 \cdot p_{\text{к.н.}}}{100\%} = \frac{10 \cdot 9000}{100} = 900 \text{ Па}$$

$$p_2 = \frac{\varphi_2 \cdot p_{\text{к.н.}}}{100} = \frac{90 \cdot 9000}{100} = 8100 \text{ Па}$$

$p_2 > p_1$ внешнее давление на шар увеличилось, значит для компенсации изменившегося давления объема шара уменьшилась

$$\text{давление изменилось } \frac{p_{\text{атм}} + p_2}{p_{\text{атм}} + p_1} = \frac{10^5 + 8100}{10^5 + 900} = 1,071 \text{ раз}$$

$$pV = \nu RT, \quad \nu RT = \text{const, значит}$$

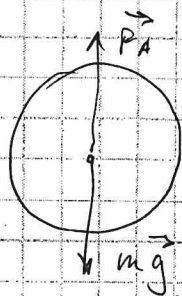
$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{1}{1,071} \Rightarrow V_2 = \frac{V_1}{1,071} \approx 4667 \text{ м}^3$$

тогда с уменьшением объема уменьшилась

и сила Архимеда, действующая на шар

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
Шифр			

№5 (продолжение)



в касальном момент времени
из условия равновесия: $F_A = mg$

$$F_{A1} = \rho g V_1 \quad F_{A2} = \rho g V_2$$

$$F_{A2} = \frac{F_{A1}}{V_1} \cdot V_2 = \frac{mg}{V_1} \cdot V_2 = 0,9334 F_{A1}$$

чтобы компенсировать такую потерю необходимо
уменьшить массу шара на величину $F_{A1} - F_{A2}$

$$\Delta F_A = 0,9334 F_{A1} = 0,0666 mg$$

масса шара m равна массе газа в нем

$$\text{и равна: } \rho V = \frac{m}{M} RT \Rightarrow m = \frac{\rho V M}{RT} = \frac{10^3 \cdot 10^3 \cdot 5000 \cdot 2 \cdot 10^{-3}}{8,31 \cdot (273 + 43)} = 419 \text{ кг}$$

$$\text{тогда } m_2 = 0,0666 m = 419 \cdot 0,0666 = 28 \text{ кг}$$

Ответ: 28 кг

12/5