

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

| Общий балл | Дата | Ф.И.О. членов жюри | Подписи членов жюри |
|------------|----------|--------------------|---------------------|
| 14 | 20.03.24 | Хлевинова Т. Е. | Хлевинова |

Задача 3

Чтобы вычислить содержание золота в сплаве, можно массу золота разделить на массу всего сплава, и получить содержание % золота в соевых днях.

30% - 0,3, 20% - 0,2, масса первого сплава - m_1 ,
масса второго сплава - m_2 , масса золота в первом
сплаве - m_{z1} , масса золота во втором сплаве m_{z2} , масса
масса серебряного шипка - m_c

Составим систему уравнений исходя из условия задачи

Найти: $\frac{m_{z2} + m_{z1}}{m_1 + m_2 + m_c}$ (4)

$$\frac{m_{z1} + m_{z2}}{m_1 + m_2} = 0,3 \quad (1)$$

$$\frac{m_{z1}}{m_1 + m_c} = 0,2 \quad (2)$$

$$\frac{m_{z2}}{m_2 + m_c} = 0,2 \quad (3)$$

Выразим m_{z2} и m_{z1} из уравнений (2) и (3)

$m_{z2} = 0,2(m_2 + m_c)$; $m_{z1} = 0,2(m_1 + m_c)$, подставим эти значения в уравнение (1)

$$\frac{0,2(m_1 + m_c) + 0,2(m_2 + m_c)}{m_1 + m_2} = 0,3$$

$$\frac{0,2(m_1 + m_2 + m_c + m_c)}{m_1 + m_2} = 0,3$$

$$\frac{m_1 + 2m_c + m_2}{m_1 + m_2} = \frac{0,3}{0,2} = \frac{3}{2}$$

$$3(m_1 + m_2) = 2(m_1 + 2m_c + m_2)$$

$$3m_1 + 3m_2 = 2m_1 + 4m_c + 2m_2$$

$$m_c = \frac{m_1 + m_2}{4}$$

Подставляем это значение в уравнение (4), которое касалось

уравнения касалось

$$\frac{m_{z2} + m_1}{m_1 + m_2 + \frac{m_1 + m_2}{4}} = \frac{m_{z2} + m_{z1}}{5 \frac{(m_1 + m_2)}{4}} = \frac{4(m_{z2} + m_{z1})}{5(m_1 + m_2)} = \frac{4}{5} \cdot \frac{m_{z2} + m_{z1}}{m_1 + m_2}$$

Берем левую часть уравнения (4)

$$\frac{4}{5} \frac{m_{z2} + m_{z1}}{m_1 + m_2} = \frac{4 \cdot 3}{5 \cdot 10} = \frac{12}{50} = \frac{24}{100} = 0,24 (24\%)$$

Ответ: 24%



№ 4

1) $0 < a < \frac{1}{2}$, $0 < b < \frac{1}{2}$, числа a и b - положительные

$$2. b^2 - a^2 > b - a$$

$(b-a)(b+a) > b-a$, т.к. $(b+a)$ - положительное

$b+a \in (0; 1)$ значит $b+a < 1$, тогда можно

$(b-a)(b+a)$ было больше, чем $b-a$; $b-a$ значит было

отрицательным \checkmark , т.к. при умножении на положительное число

b находится от 0 до 1 не было бы больше число b и тогда

было бы меньше по сравнению с a т.к. при умножении

$b-a$ на число от 0 до 1 не было бы оно больше чем

оно само собой, то значит $b-a$ - отрицательный, значит $a > b$

Док-во: $b^2 - a^2 > b - a$

$$(b-a)(b^2 + ab + a^2) \checkmark b-a$$

в таком случае мы увеличим число до 9999 и
 сравним его с самым собой т.к. $b-a < 0$, то чтобы
 возникла вероятность $(b-a)(b^2+ab+a^2) > b-a$ нулика
 чтобы $b^2+ab+a^2 \neq 1$ ✓

итак, чтобы значение b^2+ab+a^2 было в промежутке
 т.к. $a < \frac{1}{2}$ и $b < \frac{1}{2}$ то поставим $b = \frac{1}{2}$ и $a = \frac{1}{2}$

$$(0,5)^2 + 0,5 \cdot 0,5 + 0,5^2 = 0,25 + 0,25 + 0,25 = 0,75, \text{ значит}$$

мы можем утверждать $b^2+ab+a^2 \in (0; 0,75)$, значит

$$b^2+ab+a^2 < 1 \Rightarrow (b-a)(b^2+ab+a^2) > b-a$$

и т.д.

70

2/3

$$3^{4048} - 3^{2024} \cdot 5^{1012} + 5^{2024} = (3^{2024} - 5^{1012})^2 + 3^{2024} \cdot 5^{1012} = \left(\frac{3^{2024}}{3} - \frac{5^{1012}}{3}\right)^2 + 3^{2024} \cdot 5^{1012} =$$

$$= \left(\frac{3(3^{1012} - 5^{1012})}{3}\right)^2 + 9 \cdot 3^{2024} \cdot 5^{1012} = 9 \cdot \left(\frac{3^{1012} - 5^{1012}}{3} - \frac{5^{1012}}{3}\right)^2 + 9 \cdot 3^{2024} \cdot 5^{1012} =$$

$$= 9 \cdot \left(\frac{3^{1012}}{3} - \frac{5^{1012}}{3}\right)^2 + 9 \cdot 3^{2024} \cdot 5^{1012}, \text{ т.к. } \frac{5^{1012}}{3} \text{ делится на } 3$$

таким образом, в таком случае число является целым, а значит т.к.
 это число представит в виде произведения окр. значений
 составится.

75