

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
12		Евсеев	Евсеев
Шифр			148813

$$\begin{array}{r|rrrrr} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & \Sigma \\ \hline 7 & 3 & 0 & - & 2 & 12 \end{array}$$

1.1

Дано: $x^2 + y^2 = \frac{5}{2}xy$

Найти: $\frac{x+y}{x-y}$

если $x > y$

Решение:

$$\begin{aligned} 1) x^2 + y^2 &= \frac{5}{2}xy; & 2) 2x - y &= 0 \rightarrow y = 2x \\ 2x^2 + 2y^2 &= 5xy; & (x - 2y &= 0 \rightarrow x = 2y) \\ 2x^2 - 5xy + 2y^2 &= 0; \end{aligned}$$

П.к. $x > y$, то подходит 2 решение:

$$x = 2y$$

$$\frac{x+y}{x-y} = \frac{2y+y}{2y-y} = \frac{3y}{y} = 3$$

Ответ: $\frac{x+y}{x-y} = 3$

1.2

Дано:

$$\left. \begin{aligned} a^2 - a \\ a^4 - a \end{aligned} \right\} \text{— целые числа}$$

Док-ть: a — целое число

Решение:

$$\begin{aligned} 1. a^4 - a &= a(a^3 - 1) \\ a^3 - 1 &= (a-1)(a^2 + a + 1) \end{aligned} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a^4 - a = a(a-1)(a^2 + a + 1) +$$

2. $a^2 - a = a(a-1)$ — целое число

3. П.к. $a^4 - a$ — целое число,

$a^2 + a + 1$ — целое число, то $a(a-1)$ — тоже целое число $\Rightarrow a(a-1)$ — целое число

не доказано

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
Шифр			112019

Дано:

$$a_n = 1 + \frac{2}{n} - \frac{2}{n^2} - \frac{1}{n^4}$$

Найти: $a^2 \cdot a^3 \cdot a^4 \dots a^{79}$

1.3

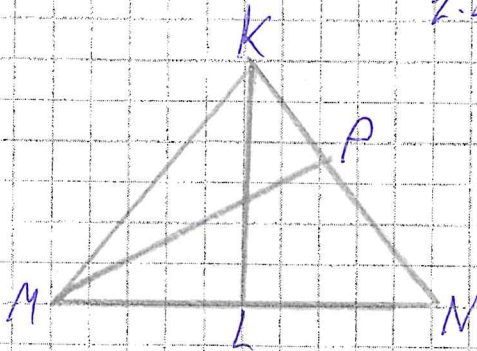
Решение:

?

2.4

?

2.5



Дано:

$\triangle MKN$ - равнобедренный

MN - основание

KL и MP - биссектрисы; $MP = 2KL$

Найти: $\angle MKN$

Решение:

1. Пусть $\angle MKN = \alpha$, тогда $\angle KMN = \alpha$, т.к. $\triangle MKN$ - равнобедренный

2. Разм. $\triangle MKN$:

$MN = NK$ (по св-ву равнобед. $\triangle$)

$$\angle KMN = 180^\circ - 2\alpha$$

3. $\angle KMP = \angle PMN = \frac{180^\circ - 2\alpha}{2} = 90^\circ - \alpha$ (т.к. бисс. MP делит $\angle KMN$ пополам)

4. $\angle MKL = \angle LKN = \frac{\alpha}{2}$ (т.к. бисс. KL делит $\angle KMN$ пополам)

5. Т.к. $KL = \frac{1}{2} \angle KMN$, а $MP = 2KL$, то $\alpha = 36^\circ$

Ответ: $\angle MKN = 36^\circ$