

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
27		Корсаков	И
Шифр			040106

✓ 1

x, y
 $x^2 + y^2 = \frac{5}{2}xy$
 $x > y$
 $2x^2 + 2y^2 = 5xy$
 $\frac{x+y}{x-y} = ?$
 $\frac{2x^2 + 2y^2}{y^2} = \frac{5xy}{y^2} = a$
 $2 \cdot \left(\frac{x}{y}\right)^2 + 2 = 5\left(\frac{x}{y}\right) = a$

$2a^2 + 2 - 5a$
 $2a^2 - 5a + 2 = 0$

$D = 25 - 4 \cdot 2 \cdot 2 = 9 = 3^2$

$a_{1,2} = \frac{5 \pm 3}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

м.к. $x > y \Rightarrow \frac{x}{y} \neq \frac{1}{2}$
 $\Rightarrow \frac{x}{y} = 2 \Rightarrow x = 2y$

подставим $x = 2y$ в $\frac{x+y}{x-y}$ получим $\frac{2y+y}{2y-y} = \frac{3y}{y} = 3$

Ответ: 3

1	2	3	4	5	6
7	0	8	9	10	11

✓ 2

пусть $a^2 - a = m$ (целое число)

Тогда $a^4 - a = n$ (целое число)

выразим a^2 через m : $a^2 = a + m$

подставим это выражение в a^4 : $a^4 = (a^2 - m)^2 = (a + m - m)^2 = a^2$

теперь подставим $a^2 = a + m$ в выражение $a^4 - a = n$:
 $= a^2 + a + m + m^2 - a = (a + m) + 2am + m^2 - a = m + 2am + m^2$

мы знаем, что $a^4 - a = n$ (целое число), и m тоже целое $\Rightarrow$

выражение $m + 2am + m^2$ должно быть целым числом. Это

возможно только если a - целое число, так как:
 если a - дробное, то $2am$ будет дробным, а, должно быть целым числом.
 если a - рациональное, то $2am$ будет целым числом.

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись

Шифр

13

$$a_1 = 1 + \frac{2}{n} - \frac{2}{n^3} - \frac{1}{n^4} \quad a_2 \cdot a_3 \cdot a_4 \cdot a_5 \dots a_{45} = ?$$

$$\frac{1}{7} - \frac{1}{n^4} = \frac{n^4 - 1}{n^4} = \frac{(n^2)^2 - 1}{n^4} = \frac{(n^2 - 1)(n^2 + 1)}{n^4} = \frac{(n-1)(n+1)(n^2+1)}{n^4}$$

$$\frac{n^2/2 - 1/2}{n^3} = \frac{2 \cdot (n^2 - 1)}{n^3} = \frac{2 \cdot (n-1)(n+1)}{n^3}$$

$$\frac{(n-1)(n+1)(n^2+1)}{n^4} + \frac{2 \cdot (n-1)(n+1)}{n^3}$$

$$a_n = ?$$

$$\frac{1 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4}{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3}$$

$$\frac{77 \cdot 79 \cdot 79 \cdot 79 \cdot 78 \cdot 80 \cdot 80 \cdot 80}{78 \cdot 78 \cdot 78 \cdot 78 \cdot 79 \cdot 79 \cdot 79 \cdot 79} \sim 2,8$$

$$\text{Ответ: } \sim 2,8$$

14

1x

Пусть: m_1 и m_2 - начальные массы яблок в корзинах

n_1 и n_2 - начальные кол-во яблок в корзинах

x - масса порезанных яблок

M - общая масса всех яблок ($m_1 + m_2$)

N - общее количество всех яблок ($n_1 + n_2$)

План I переключения:

в первой корзине: $\frac{m_1 - x}{n_1 - 1}$ = средний вес др + 32

во второй: $\frac{m_2 + x}{n_2 + 1}$ = средний вес др + 32

План II переключения:

в первой: $\frac{m_1 - 2x}{n_1 - 2}$ = средний вес др + 0,03

во второй: $\frac{m_2 - 2x}{n_2 - 2}$ = средний вес др + 0,03

Из первого условия получаем систему:

$$x = 3 \cdot (n_1 + n_2 + 1)$$

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись

Шифр

из второго условия: $x = 0,03M + 6$
 $3 \cdot (M_1 + M_2 + 6) = 0,03M + 6$

Поскольку $M = M_1 + M_2$ и $N = M_1 + M_2$, $M = N_x$

$3 \cdot (N + 6) = 0,03N + 6$

$3N + 18 = 0,03N + 6 \Rightarrow 3N - 0,03N = 6 - 18 \Rightarrow N \cdot (3 - 0,03x) = 3 \Rightarrow N = \frac{3}{3 - 0,03x}$

Поскольку N должно быть целым числом, потому что это количество ящиков $\Rightarrow$ др. может быть простым знаменателем $(3 - 0,03x)$ должен быть делителем числа 3

$\Rightarrow 3 - 0,03x = 0,03$

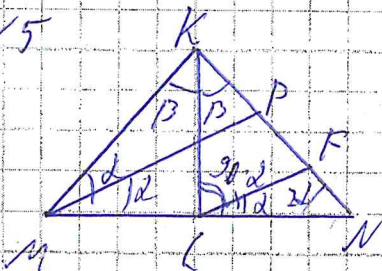
$3 = 0,03x + 0,03$

$0,03x = 2,97$

$0,03x = 2,97 \Rightarrow x = \frac{2,97}{0,03} = 99$ грамм

Ответ: 99 грамм

15



Решение:

$\triangle KMN$ - равноб. $\Rightarrow \angle KMN = \angle KNM = 2\alpha$

$\angle MPN = 2\beta$

рассмотрим $\triangle KLM$:

поскольку KL - выш. $\Rightarrow \triangle KLM$ - пря. $\Rightarrow 2\alpha + \beta = 90^\circ$

Проведем $LF \parallel MP$

поскольку $LF \parallel MP$ и $ML \perp KN$ (выш. к основ. равноб. $\triangle KMN$)

$\Rightarrow LF \perp MP \Rightarrow \angle LFP = 90^\circ$ (по свойству перпендикуляров) $\Rightarrow \triangle KLF$ - равноб.

$\angle PMN = \angle KLN = 2\alpha$ (соответ. углы при паралл. $MP \parallel LF$ и пер. ML) $\Rightarrow \angle KLF = 90 - 2\alpha$

$\triangle KLF$ - равноб. $\Rightarrow \angle LKF = \angle LFL = \beta$ $\triangle KLF$: $\beta + \beta + 90 - 2\alpha = 180$

$\begin{cases} 2\beta - 2\alpha = 90 \\ \beta + 2\alpha = 90 \end{cases} \Rightarrow 4\beta - 2\alpha = 180$

$\begin{cases} 2\beta - 2\alpha = 90 \\ \beta + 2\alpha = 90 \end{cases} \Rightarrow 5\beta = 270$

$5\beta = 270$

$\beta = 54^\circ$

$\angle MPN = 2\beta = 108^\circ$

Ответ: 108°