Место для скобы

Шифр 09328

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
15	23.03	Корешкова Е.Е.	[illegible]

1	2	3	4	5	Σ
0	0	7	6	2	15

№ 4

1) $0 < a < \frac{1}{2}$, $0 < b < \frac{1}{2}$

2) $b^2 - a^2 > b - a$

$2)$ д-ть: $b^3 - a^3 > b - a$

$(b-a)(b+a) > b - a$

I) $(b-a) > 0$

$b + a > 1$ – не может из-за (1)

II) $(b-a) < 0$

$b + a < 1$

$(b-a)(b^2+ab+a^2) > b - a$

$b^2 + ab + a^2 < 1$

деление на $(b-a)<0$: знак всегда поменять.

$(b-1)(b+1) + a(b+a) < 0$

Наибольшее значение ф-ии достигается при наибольших значениях a и b: $(\frac{1}{2}-1)(\frac{1}{2}+1) + \frac{1}{2}(\frac{1}{2}+\frac{1}{2}) = -\frac{3}{4} + \frac{1}{2} = -\frac{1}{4}$, т.к. $a, b < \frac{1}{2}$ они не могут превысить знач. $-\frac{1}{4}$; поэтому $(b-1)(b+1) + a(b+a)$ всегда меньше нуля для данных a и b

$\frac{+}{-}$

Место для скобы

Шифр 09328

№ 3

Пусть x – золото в I спл.; y – во II

m_1 – масса I; m_2 – II; m_3 – масса бруска из серебра

$\frac{x+y}{m_1+m_2}=0,3$; $\frac{x}{m_1+m_3}=0,2$; $\frac{y}{m_2+m_3}=0,2$; $\frac{x+y}{m_1+m_2+m_3}$ – ?

$m_1+m_2=\frac{10}{3}(x+y)$; $m_1+m_3=5x$; $m_2+m_3=5y$

$(m_1+m_2)+(m_1+m_3)+(m_2+m_3)=2(m_1+m_2+m_3)$

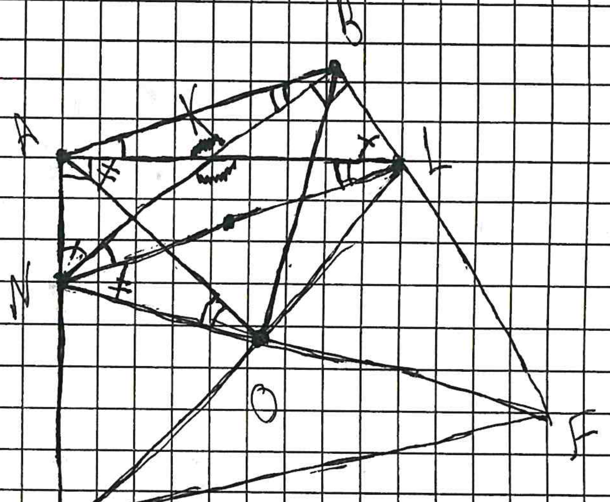
$m_1+m_2+m_3=\frac{\frac{10}{3}(x+y)+5x+5y}{2}=\frac{25x+25y}{6}$

$\frac{6(x+y)}{25(x+y)}=\frac{6}{25}=0,24$

Ответ: 0,24

X

№ 5



$MN \perp KL$; $NK \perp LF$

$MN=MF=LF=1$

Д-ть, что $NK+KL<1$

$MN \cap KL = A$

$NK \cap LF = B$

Четырёхугольник NABL – вписанный,

т.к. углы, опир. на одну дугу равны ($\angle NAL = \angle NBL$); кроме того

NL – диаметр этой окружности, т.к. эти равные углы равны по $90°$

($MN \perp KL$ и $NK \perp LF$); точка O также вписана в эту окружность

страница

Место для скобы

Шифр 09328

а $\angle NOL$ опирается на диам. NL $\Rightarrow$ $\angle NOL = 90^\circ$

Значит, диаг. ML и NF четырехуг. $MNLF$ перпендикулярны

т.к. 3 стороны равны, а диаг. перпендик. $MNLF$ – ромб

сл-но $NL = NM = MF = FL = 1$

Отсюда следует: чтобы ~~др~~ $\triangle NKL$ существовал необходимо: